1970 г. Февраль *Том 100, вып. 2*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

ЧАСТИЧНОЕ СОХРАНЕНИЕ АКСИАЛЬНОГО ТОКА И ПРОЦЕССЫ С «МЯГКИМИ» π-МЕЗОНАМИ

А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Основные гипотезы

1.1.1. Законы сохранения и симметрии играют фундаментальную роль в современной физике адронов. Соображения симметрии и законы сохранения позволяют получать предсказания для спектра масс адронов, амплитуд различных процессов, не рассматривая динамику сильных взаимодействий (СВ).

В общем случае существование симметрии гамильтониана означает, что уровни системы вырождены. Если, например, частица движется в центрально-симметричном поле и, следовательно, гамильтониан инвариантен относительно преобразований вращения около центра, то оказываются вырожденными энергии состояний с определенным значением орбитального момента и разными значениями проекций момента на одну из координатных осей. Преобразования группы перемешивают эти состояния между собой.

В физике элементарных частиц хорошо известным примером симметрии может служить изотопическая инвариантность СВ. Оказывается, что мезоны и барионы с разными значениями электрического заряда и одинаковыми другими квантовыми числами группируются в семейства частиц, которые называются изотопическими мультиплетами. При изотопических преобразованиях, перемешивающих состояния внутри мультиплета, сильные взаимодействия не меняются. Примерами изотопических мультиплетов являются протон и нейтрон, π^+-, π^0-, π^--мезоны и др.

Изотопическая инвариантность не является строгой. Так, массы протона и нейтрона отличаются на 1,3 *Мэв*, масса заряженных и нейтрального пионов — на 4,6 *Мэв*. Отношение этих разностей масс к характерным массам сильных взаимодействий составляет величину порядка $1/100 \div 1/1000$ и может служить параметром нарушения симметрии. Обычно расщепление масс внутри изотопических мультиплетов относят за счет электромагнитного взаимодействия.

Поскольку изотопическая симметрия объясняет все экспериментально известные совпадения масс частиц в пределах нескольких миллионов электрон-вольт, ясно, что сильные взаимодействия не обладают симметрией более высокой, чем изотопическая. Возможно, однако, что существуют дополнительные, приближенные симметрии с параметром нарушения порядка 1/10, так что расщепление масс внутри мультиплетов составляет величину порядка 100 *Мэв*. Поискам таких симметрий уделялось большое внимание.

В частности, за последние годы был получен ряд результатов, из которых наиболее известным является соотношение Адлера — Вайсбергера [1,2], указывающих на приближенную инвариантность сильных взаимодействий относительно некоторой группы преобразований, включающей в себя, наряду с изотопическими, преобразования, перемешивающие состояния с различными четностями. Основные идеи, развитие которых привело к этим результатам, были высказаны в работах Намбу с сотрудниками [3-5] и Гелл-Манна с сотрудниками [6-8].

1.1.2. Рассмотрим, каким образом могут быть устроены мультиплеты группы, включающей преобразования с изменением четности. Возьмем для примера мультиплет, в который входит нуклон—частица с массой $m = 940$ *Мэв*, спином и четностью $1/2^+$. В этот же мультиплет д лжно входить состояние с противоположной четностью. При обычной реализации симметрии это состояние является частицей с квантовыми числами $1/2^-$.

На принципиально другую возможность построения мультиплетов указал Намбу [3]. Если бы существовала *безмассовая* псевдоскалярная частица, то состояние с квантовыми числами $1/2^-$ могло быть образовано покоящимся нуклоном и псевдоскалярным мезоном с нулевой энергией. Поскольку в этом случае преобразования, меняющие четность, добавляют к состоянию мезон с нулевой энергией, другими членами мультиплета являются: нуклон плюс два мезона с нулевой энергией, плюс три мезона и т.д. Другой пример мультиплета—последовательность состояний: вакуум, один мезон с нулевой энергией, два мезона с нулевой энергией и т. д. Отметим, что и в общем случае для непрерывной группы преобразований существуют две возможности реализации симметрии — на одночастичных и многочастичных состояниях. С математической точки зрения первая возможность отвечает линейным представлениям группы, а вторая — нелинейным.

Посмотрим теперь, какая из возможностей лучше соответствует экспериментальному спектру масс в случае группы, включающей преобразования с изменением четности. Самым близким по массе к нуклону резонансом с квантовыми числами $1/2^-$, который мог бы быть партнером нуклона по мультиплету, является резонанс $N^*(1480)$, и расщепление масс составляет, таким образом, ~ 500 *Мэв*. Ситуация не лучше и для других частиц, скажем, π-мезонов. Соответствующий скалярный мезон, если и существует, то имеет, по-видимому, массу ≈ 700 *Мэв*.

В случае нелинейной реализации симметрии необходимо, как отмечалось выше, существование безмассовой псевдоскалярной частицы. На опыте такой частицы не обнаружено. Минимальную массу имеет π-мезон ($\mu = 140$ *Мэв*). Если считать эту величину малой по сравнению с характерной массой сильных взаимодействий $m_{\text{хар}}$, то можно попытаться отождествить π-мезон с требуемой частицей. В дальнейшем мы всюду принимаем это предположение.

Гипотеза о малости отношения $\mu/m_{\text{хар}}$ может показаться на первый взгляд пародоксальной, поскольку часто считается, что $\mu \sim m_{\text{хар}}$. Однако известен ряд экспериментальных фактов, указывающих на то, что 140 *Мэв* можно считать в некотором смысле малой величиной. Например, зарядовый формфактор протона при изменении квадрата переданного импульса от нуля до μ^2 меняется на $\sim 4\%$. Существуют также теоретические предсказания, основанные на допущении малости $\mu/m_{\text{хар}}$ и хорошо согласующиеся с опытом. Ограничимся указанием на соотношение Кроля — Рудермана [9] для амплитуды фоторождения π-мезонов на пороге. Поэтому предположение $\mu/m_{\text{хар}} \ll 1$ не является заведомо неразумным, хотя, принимая это предположение, мы не можем рассчитывать на точность лучшую, чем, скажем, 10%. Кроме того, нельзя исключить того, что в одних случаях $\mu/m_{\text{хар}}$ можно считать малой величиной, а в других — нет.

Имея в виду эти оговорки, вернемся к обсуждению рассматриваемой симметрии и будем считать, что $\mu = 0$. Как известно, помимо спектра, симметрия устанавливает соотношения между амплитудами процессов, отличающихся заменой одних частиц на другие из того же мультиплета. Например, в силу изотопической инвариантности разность амплитуд упругого рассеяния π^-- и π^+-мезонов на протонах в $\sqrt{2}$ раз больше амплитуды перезарядки π^--мезонов на протонах.

В рассматриваемом случае в один мультиплет входят состояния с различными числами π-мезонов с нулевой энергией. Поэтому связанными оказываются амплитуды процессов с разными числами «мягких» π-мезонов. Эти предсказания аналогичны низкоэнергетическим теоремам для реакций с участием мягких γ-квантов, которые также связывают [10] матричные элементы процессов с разными числами частиц: радиационного и нерадиационного.

Низкоэнергетические теоремы для процессов с участием фотонов или мезонов отвечают инвариантности теории относительно нелинейных преобразований полей (при этом в мультиплет объединяются состояния с разными числами частиц). В случае электромагнитных взаимодействий такими нелинейными преобразованиями являются градиентные преобразования полей с переменной фазой.

1.1.3. Перейдем к описанию групповой структуры рассматриваемой симметрии. Замечательным фактом [11] является то, что эта структура почти однозначно определяется спектром частиц: существованием изотопических мультиплетов и триплета безмассовых π-мезонов.

Как известно, структура группы задается коммутационными соотношениями между генераторами — операторами бесконечно малых преобразований. Напомним в связи с этим, что инвариантность гамильтониана $\mathcal{H}$ относительно некоторой группы преобразований означает равенство нулю коммутатора $\mathcal{H}$ с генераторами группы. Иными словами, генераторы не зависят от времени и являются операторами, отвечающими сохраняющимся величинам.

Поскольку симметрия, которую мы рассматриваем, включает в себя изотопическую инвариантность, в число генераторов входят генераторы изотопической группы V^i ($i = 1, 2, 3$), которые, как известно, коммутируют между собой согласно равенству

$$[V^i, V^k] = i\varepsilon^{ikl}V^l. \tag{1,1}$$

Группа с такими коммутационными соотношениями для генераторов обозначается через SU (2).

Наша группа включает также преобразования с изменением четности состояния. Как отмечалось выше, эти преобразования переводят, в частности, вакуум в π-мезон — частицу с изоспином, равным единице. Поэтому соответствующие генераторы образуют изотопический вектор A^i ($i = 1, 2, 3$). Это означает, что

$$[V^i, A^k] = i\varepsilon^{ikl}A^l. \tag{1,2}$$

Рассмотрим теперь коммутаторы $[A^i, A^k]$. В силу антисимметрии по индексам i, k эти коммутаторы представляются в виде

$$[A^i, A^k] = i\varepsilon^{ikl}\tilde{V}^l, \tag{1,3}$$

где $\tilde{V}^l$ — не зависящие от времени операторы. Если $\tilde{V}^l$ не равны тождественно нулю, то их можно считать генераторами некоторых преобразований, не меняющих четность. Существуют две возможности: либо эти преобразования являются новыми, либо совпадают (с точностью до множителя) с уже известными, т. е. изотопическими преобразованиями.

Покажем, что предположение о существовании «новых» операторов $\widetilde{V}^i$, не совпадающих с генераторами изотопических вращений, противоречит экспериментальным данным. Действительно, в случае линейных представлений это предположение противоречит тому факту, что нет вырождения в спектре масс частиц, не объясняемого изотопической инвариантностью. В случае же нелинейных представлений, когда операторы $\widetilde{V}^i$ смешивают одночастичные и многочастичные состояния, должен был бы существовать триплет безмассовых скалярных частиц, что также противоречит эксперименту.

Таким образом, мы показали, что операторы $\widetilde{V}^i$ пропорциональны генераторам изогруппы V^i. Если коэффициент пропорциональности не равен нулю, то генераторы A^i можно нормировать так, что

$$[A^i, A^k] = i\varepsilon^{ikl}V^l. \tag{1,4}$$

Это соотношение окончательно определяет структуру группы. Если генераторы A^i коммутируют между собой, то возникает другая группа. Выбор между ними осуществляется на основе более детального рассмотрения экспериментальных следствий. Имея в виду результаты этого рассмотрения, мы исключаем возможность равенства нулю коммутатора $[A^i, A^k]$ и принимаем соотношение (1,4).

Коммутационные соотношения (1,1), (1,2), (1,4) можно переписать в виде

$$\left.\begin{aligned} &[(V^i \pm A^i)/2,\ (V^k \pm A^k)/2] = i\varepsilon^{ikl}(V^l \pm A^l)/2, \\ &[(V^i + A^i)/2,\ (V^k - A^k)/2] = 0. \end{aligned}\right\} \tag{1,5}$$

Из сравнения с равенством (1,1) мы видим, что операторы $(V^i \pm A^i)/2$ являются генераторами двух независимых групп $SU(2)$. Этот факт выражают словами, что группой симметрии является прямое произведение $SU(2) \otimes SU(2)$.

Группа $SU(2) \otimes SU(2)$ имеет, естественно, представления и с конечным числом частиц в мультиплете. Такой симметрии удовлетворяет, например, система взаимодействующих безмассовых нуклонов[8] (см. также раздел 1 гл. 8), в которой отдельно сохраняются операторы $(V^i + A^i)/2$, $(V^i - A^i)/2$, отвечающие изоспину лево- и правовинтовых безмассовых нуклонов.

Можно представить себе, что «вначале» были безмассовые нуклоны; поэтому не только коммутационные соотношения, но и представления группы были простыми. Взаимодействие привело к тому, что нуклон приобрел массу, появился безмассовый π-мезон и произошла перестройка мультиплетов, в то время как коммутационные соотношения генераторов не изменились, так как взаимодействие не нарушает симметрию. Такую перестройку называют спонтанным нарушением симметрии [4, 12, 13], хотя это не означает, что симметрия не является точной.

1.1.4. Перейдем теперь к обсуждению связи между симметрией сильных взаимодействий и свойствами слабых и электромагнитных взаимодействий адронов. Поясним эту связь на примере изотопической симметрии.

Генераторы изогруппы V^i ($i = 1, 2, 3$) представляются в виде интегралов по пространству от нулевых компонент векторных токов v^i_μ:

$$V^i = \int v^i_0(t, \mathbf{x})\, d^3x. \tag{1,6}$$

Независимость операторов V^i от времени отвечает сохранению токов v^i_μ:

$$\partial_\mu v^i_\mu = 0. \qquad (1,7)$$

С другой стороны, в электромагнитные и слабые взаимодействия (имеется в виду слабое взаимодействие лептонов с адронами без изменения странности) также входят некоторые векторные токи, которые, вообще говоря, не имеют никакого отношения к токам v^i_μ, введенным выше. Однако обычно предполагается [8, 14], что именно эти токи входят в электромагнитное (точнее говоря, в его изовекторную часть) и слабое взаимодействия адронов, что оправдывается экспериментально.

С включением группу преобразований, меняющих четность, появляются сохраняющиеся аксиальные токи a^i_μ ($i = 1, 2, 3$). Мы будем предполагать [3, 7, 8], что эти токи определяют аксиальную часть слабого взаимодействия адронов с лептонами без изменения странности.

Далее, можно поставить вопрос о правилах отбора, которым подчиняются матричные элементы от токов v^i_μ и a^i_μ. Мы считаем, что токи являются компонентами изотопических векторов. Иными словами, их коммутаторы с генераторами изотопических вращений имеют вид

$$[V^i,\ v^k_\mu] = i\varepsilon^{ikl} v^l_\mu,\quad [V^i,\ a^k_\mu] = i\varepsilon^{ikl} a^l_\mu. \qquad (1,8)$$

Трансформационные свойства операторов v_μ, a_μ относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$ определяются видом коммутаторов токов с операторами $(V^i \pm A^i)/2$. Мы будем предполагать [8], что они аналогичны коммутационным соотношениям для соответствующих генераторов, т. е.

$$\left.\begin{aligned} &[(V^i \pm A^i)/2,\ (v^k_\mu + a^k_\mu)] = i\varepsilon^{ikl}(v^l_\mu \pm a^l_\mu),\\ &[(V^i \pm A^i)/2,\ (v^k_\mu \mp a^k_\mu)] = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (1,9)$$

Отметим, что слабый ток i_μ без изменения странности имеет вид $i_\mu = v_\mu + a_\mu$ и в силу равенств (1,9) удовлетворяет соотношению

$$[V^i - A^i,\ i_\mu] = 0. \qquad (1,10)$$

Соотношение (1,10) легко понять в рамках простых моделей, в которых представления группы являются линейными. В таких моделях генераторы $(V^i + A^i)/2$ и $(V^i - A^i)/2$ составлены из левовинтовых $(1 + \gamma_5)\Psi/2$ и правовинтовых $(1 - \gamma_5)\Psi/2$ полей. Слабый же ток адронов, по аналогии с лептонным током, строится только из левовинтовых полей, что и приводит к равенству (1,10).

При таком подходе очевидно обобщение коммутационных соотношений на случай тока i^S_μ, определяющего лептонные взаимодействия адронов с изменением странности, $\Delta S = \pm 1$. Предполагая, что этот ток составлен также из левовинтовых полей, получаем

$$[V^i - A^i,\ i^S_\mu] = 0. \qquad (1,11)$$

Это соотношение, вместе с гипотезой об изотопических свойствах оператора i^S_μ (обычно i^S_μ считается компонентой изоспинора), определяет трансформационные свойства i^S_μ относительно группы.

1.1.5. В заключение перечислим еще раз основные гипотезы, следствия из которых рассматриваются в настоящем обзоре.

I. Инвариантность в пределе равной нулю массы π-мезона гамильтониана СВ относительно преобразований, перемешивающих состояния с различными четностями [3-5]. Генераторы этих преобразований A^i ($i = 1, 2, 3$), которые мы будем называть также аксиальными зарядами, не зависят от времени (при $\mu^2 = 0$).

Если коммутатор $[A^i, A^k]$ отличен от нуля (см. обсуждение в п. 1.1.3), то операторы A^i можно нормировать так, что

$$[A^i, A^k] = i\varepsilon^{ikl}V^l, \tag{1,12}$$

где V^l — генераторы изотопических вращений.

Соотношение (1,12) замыкает алгебру векторных и аксиальных зарядов и означает [8], что группой симметрии сильных взаимодействий является $SU(2) \otimes SU(2)$.

Генераторы A^i представляются в виде интегралов по пространству от нулевых компонент сохраняющихся (при $\mu^2 = 0$) аксиальных токов a^i_μ:

$$\left.\begin{aligned} A^i(t) &= \int d^3x a^i_0(t, \mathbf{x}), \\ \frac{d}{dt} A^i(t) &= 0, \quad \partial_\mu a_\mu(t, \mathbf{x}) = 0. \end{aligned}\right\} \tag{1,13}$$

Матричные элементы токов a_μ приобретают непосредственный физический смысл в силу гипотезы II.

II. Предположение о том, что аксиальные токи $a^\pm = a^1 \pm a^2$, связанные с $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрией сильных взаимодействий, совпадают [3, 7, 8] с аксиальными токами слабых взаимодействий адронов с лептонами без изменения странности.

Для определения трансформационных свойств токов относительно группы нужно задать их коммутаторы с генераторами группы. Предположения о виде этих коммутаторов мы включаем в гипотезу III.

III. Гипотезы о трансформационных свойствах гамильтонианов различных взаимодействий относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$ [8, 15]. В случае слабых взаимодействий мы будем предполагать, что

$$[V^i - A^i, \mathscr{H}^W] = 0, \tag{1,14}$$

где $\mathscr{H}^W$ — гамильтониан слабых взаимодействий как нелептонных, так и лептонных (операторы $V^i - A^i$ не действуют на лептонные поля).

Для коммутатора электромагнитного тока j_μ с A^i предполагается

$$[A^i, j_\mu] = i\varepsilon^{i3l}a^l_\mu \tag{1,15}$$

(напомним, что ток j_μ представляется в виде суммы изоскалярного тока и третьей компоненты изовекторного тока).

При выводе некоторых соотношений оказывается возможным учесть «полусильное» взаимодействие, нарушающее $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрию и ответственное, в частности, за отличие от нуля массы π-мезона. Для гамильтониана этого взаимодействия $\mathscr{H}^{br}$ мы будем предполагать

$$[A^i, [A^k, \mathscr{H}^{br}]] \sim \delta^{ik}. \tag{1,16}$$

Отметим, что если симметрия нарушена, то операторы A^i зависят от времени. Однако предполагается [8], что взаимодействие, нарушающее симметрию, таково, что одновременные коммутационные соотношения не меняются.

Гипотезы I — III позволяют вычислять амплитуды процессов с участием π-мезонов в нефизической точке, где 4-импульс мезона *) равен нулю.

*) В дальнейшем под импульсами частиц понимаются их 4-импульсы.

Для того чтобы связать амплитуду в этой точке с экспериментально измеряемыми величинами, используется гипотеза VI.

IV. Экстраполяционные формулы [16]. Если амплитуда не имеет особенностей в области энергий π-мезонов $E_\pi \sim \mu$ или вклад таких особенностей в амплитуду по каким-либо причинам мал, то предположение о малости массы π-мезона приводит к представлению амплитуды в виде полинома по импульсам π-мезона. Если в рассматриваемой области энергий имеются особенности, их вклад учитывается отдельно. Например, в амплитуде πN-рассеяния надо учитывать отдельно вклад нуклонного полюсного графика.

1.2. Цели обзора

Обсуждению следствий из гипотез I—IV, сформулированных выше, было посвящено большое количество работ, и полученные результаты вызвали живой интерес. Представление о справедливости или несправедливости тех иных физических теорий обычно складываются из ответов на два вопроса: Насколько просты и красивы исходные идеи? Насколько широкий круг экспериментальных фактов описывается теорией, каково согласие теории с опытом?

По-видимому, распространенное мнение относительно обсуждаемых гипотез (их часто коротко называют гипотезой *частичного сохранения аксиального тока*) сводится к тому, что основания теории непонятны и имеют скорее рецептурный характер, но зато следствия очень хорошо подтверждаются опытом.

Нам кажется, что ситуация скорее обратная. Концепция спонтанно нарушенной симметрии проста и красива (хотя, возможно, изложение в предыдущем разделе не убедило в этом читателя), в то время как число проверенных предсказаний невелико. Однако имеющиеся экспериментальные подтверждения (соотношения Гольдбергера — Треймана, Адлера — Вайсбергера) достаточно впечатляющи и, учитывая ясность исходных предпосылок, позволяют надеяться, что теория выдержит проверку временем.

Решающее значение будет иметь, конечно, дальнейшее сопоставление теоретических соотношений с опытными данными. Поэтому основное внимание в обзоре уделяется получению на основе гипотез I—IV формул для амплитуд конкретных процессов и сравнению этих соотношений с опытом. Чтобы детали вычислений не заслонили существа дела, мы хотели бы подчеркнуть здесь, что рассмотрение всех процессов в основном однотипно и разбивается, грубо говоря, на два этапа.

Во-первых, вычисляется теоретическое значение амплитуды при равном нулю импульсе π-мезона. Ответ всегда однозначен, если приняты гипотезы I—III. Существует простой рецепт вычисления, основанный на соотношениях, аналогичных тождествам Уорда в электродинамике. При этом используется редукционная формула для амплитуды. Вывод редукционной формулы можно найти, например, в книгах [17]. Однако читатель, принявший эту формулу как «естественную», не будет испытывать в дальнейшем затруднений.

Вторым шагом в рассмотрении какого-либо процесса является извлечение из имеющихся экспериментальных данных значения амплитуды в нефизической точке равного нулю импульса π-мезона. Продолжить амплитуду в эту точку можно в том случае, если есть какое-то простое аналитическое выражение, хорошо описывающее поведение амплитуды в области малых энергий пионов. Нахождение таких формул, сравнение их с опытом представляет собой отдельную задачу, вообще говоря не связанную с $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрией. Более подробно вопрос об экстраполяционных формулах для амплитуд конкретных процессов обсуждается в соответствующих разделах.

При рассмотрении каждого из процессов мы стремились к максимальной полноте изложения полученных результатов. Нам казалось, что такой полноты можно достичь, так как способ вывода теоретических соотношений достаточно стандартен. Здесь уместно подчеркнуть, что мы рассматриваем следствия только из гипотез I—IV и не обсуждаем гипотезу доминантности векторных мезонов, дисперсионные правила сумм, $SU(3) \otimes SU(3)$-симметрию и т. д., которым также посвящена большая литература.

Чтобы обзор был действительно полным, нужно, конечно, не только подробно рассмотреть отдельные реакции, но и перебрать все возможные процессы с участием «мягких» пионов. Если не обсуждать фантастические с экспериментальной точки зрения реакции, то список таких процессов ограничен.

Кроме того, оказывается, что гипотезы I—IV для некоторых процессов не приводят к новым следствиям. Например, амплитуда распада $\omega \to 3\pi$ должна быть равна нулю в пределе равного нулю импульса любого из π-мезонов. Но это условие выполнено всегда независимо от справедливости каких-либо гипотез из-за кинематики распада. В дальнейшем мы такие случаи не обсуждаем.

Рассмотренные в обзоре процессы перечислены в следующем разделе, но оговоримся сразу, что, на наш взгляд, можно было бы обсудить по крайней мере еще две реакции: рождение π-мезона в нейтринном эксперименте: $\nu + N \to l + N + \pi$ [18, 19] и рождение π-мезона в πN-столкновениях: $\pi N \to 2\pi N$ [20]. Описание этих процессов опущено в основном из-за недостатка места, и мы ограничиваемся указанием оригинальных работ.

Сделаем теперь несколько замечаний о характере изложения. Материал обзора довольно обширен, во многих местах изложение является довольно сжатым. В основной своей части обзор является скорее «рабочим документом», чем популярным введением в данную область физики. Мы старались получать и формулировать результаты со степенью строгости, не уступающей оригинальным работам.

Наиболее подробно написаны разделы 2.1 и 2.2, 3.1 и 3.2 гл. 2—3. Здесь излагаются, по существу, все необходимые приемы вычислениЗ. В частности, рассмотрение амплитуды πN-рассеяния (раздел 3.2 гл. й) может служить «моделью» для описания любого другого процесса. Знакомства с перечисленными разделами (за исключением п. 3.2.7 гл. 3) и вступлением к гл. 4 достаточно, по нашему мнению, для читателя, интересующегося только способом получения результатов. В остальных главах мы избегали повторений, и все вычисления, которые не отличаются от уже встречавшихся, излагаются конспективно.

Мы старались включить в обзор все необходимые сведения из феноменологического описания обсуждаемых реакций. Они приводятся, как правило, в начале соответствующих глав; одновременно вводятся обозначения. Надеемся, что эти разделы не отпугнут читателя от знакомства с последующими, более содержательными разделами.

Отметим, что перечисление сведений из феноменологии носит в обзоре справочный характер. В каждом случае мы приводим поэтому ссылки на учебники и работы, в которых можно найти необходимые подробности. Как правило, достаточно знания феноменологии сильных и ЭМ процессов в объеме книги Нишиджимы [21] и слабых процессов — в объеме книги Окуня [22].

1.3. План обзора. Литература

Как упоминалось выше, главное внимание в обзоре уделяется конкретным следствиям из обсуждаемых гипотез. Общие вопросы, помимо введения, обсуждаются в разделе 1.2 гл. 1 о нарушении $SU(2)\otimes\otimes SU(2)$-симметрии и в гл. 8, где коротко описывается альтернативный по отношению к принятому в основной части обзора способ получения следствий из гипотез I — IV.

Деление на главы связано в основном с тем, какое взаимодействие ответственно за обсуждаемые процессы. Характер взаимодействия важен с принципиальной точки зрения, поскольку при сравнении предсказаний теории с опытом проверяются предположения о структуре гамильтонианов различных взаимодействий относительно группы $SU(2)\otimes SU(2)$.

В гл. 2 рассматриваются слабые процессы: β-распад нейтрона, μ-захват на протоне, нейтринные реакции; в гл. 3 — сильные процессы: πN-, $\pi\pi$-рассеяние, распад $\chi\to 2\pi\eta$; в гл. 4 — ЭМ процессы: фото- и электророждение π-мезонов; в гл. 5 — лептонные распады с изменением странности: K_{l3}-, K_{e4}-распады; в гл. 6 — слабые нелептонные взаимодействия: распады $K\to 3\pi$, распады гиперонов; в гл. 7 — распад $\eta\to 3\pi$ (предполагается, что этот процесс обусловлен виртуальным электромагнитным взаимодействием).

Библиография работ не претендует на полноту. Приводятся ссылки только на те работы, результаты которых излагаются в обзоре. Совершенно отсутствуют ссылки на статьи, где рассматриваются те же процессы, но исходя из других, хотя бы и близких гипотез (например, гипотезы частичного сохранения аксиального тока с изменением странности).

За время написания настоящей работы появился ряд близких по тематике монографий и обзоров [23–28], которые можно рекомендовать читателю. По сравнению с настоящим обзором отличительной чертой этих работ является то, что в них обсуждаются также и «смежные» области физики, такие, как дисперсионные правила сумм, симметрия $SU(3)\otimes SU(3)$.

В заключение приведем некоторые ссылки на работы по вопросам, затронутым в нашем обзоре, но изложенным недостаточно подробно. Модель кварков и вывод коммутационных соотношений между токами и зарядами хорошо изложены в авторском комментарии Адлера и Дашена к сборнику статей [24]. Для изучения этих вопросов можно рекомендовать также ясно написанные работы Гелл-Манна [8]. Недостаточно подробно в нашем обзоре рассматриваются феноменологические лагранжианы, удовлетворяющие $SU(2)\otimes SU(2)$-симметрии. Этот пробел может восполнить обзор Джеффена и Газиоровича [28]. Отметим также достаточно подробно написанную работу Гелл-Манна и Леви [7].

Следует, наконец, иметь в виду, что не все авторы основывают свое рассмотрение на представлении о спонтанно нарушенной симметрии. Часто для получения тех же следствий используются безвычитательные дисперсионные соотношения. Такой подход эквивалентен, по существу, принятому в настоящем обзоре, но является, на наш взгляд, несколько более формальным и поэтому не отражен в обзоре. Этот пробел можно восполнить по другим обзорам, например по книге [24], или по пионерским работам [29, 7].

В обзоре используются следующие обозначения:

$$g_{00}=-g_{11}=-g_{22}=-g_{33}=1,\quad \Box=-\partial_\mu\partial_\mu=\partial_0^2-\partial^2,$$

$$\hat{a}=a_0\gamma_0-\mathbf{a}\boldsymbol{\gamma},\quad \boldsymbol{\tau}=\frac{\boldsymbol{\sigma}}{2},\quad \gamma_0=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{\gamma}=\begin{pmatrix}0&\boldsymbol{\sigma}\\-\boldsymbol{\sigma}&0\end{pmatrix},\quad \gamma_5=-\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}.$$

2. ЧАСТИЧНОЕ СОХРАНЕНИЕ АКСИАЛЬНОГО ТОКА

В этой главе мы рассматриваем следствия из сохранения аксиального тока в пределе равной нулю массы π-мезона для различных слабых процессов. В разделе 2.1 мы получим соотношение Гольдбергера — Треймана, связывающее аксиальную константу β-распада со временем жизни заряженного π-мезона, в разделе 2.3 выведены некоторые соотношения для амплитуд реакций под действием нейтрино, а в разделе 2.4 — соотношение для константы эффективного псевдоскаляра в процессе μ-захвата на протоне.

На примере матричного элемента тока a_μ по нуклонным состояниям будет показано, что при учете массы π-мезона дивергенция аксиального тока отлична от нуля и удовлетворяет соотношению [29, 7]

$$\partial_\mu a^i_\mu = (\mu^2/c)\,\varphi^i \qquad (i=1,\ 2,\ 3), \tag{2,1}$$

где c — константа. Об этом равенстве говорят обычно как о гипотезе частичного сохранения аксиального тока. Общий вопрос нарушения $SU(2)\otimes SU(2)$-симметрии обсуждается в разделе 2.2.

2.1. Соотношение Гольдбергера — Треймана

2.1.1. Рассмотрим матричный элемент по нуклонным состояниям от слабого тока без изменения странности $i_\mu = v_\mu + a_\mu$, который определяет несколько слабых процессов [30]: β-распад нейтрона $n \to pe^-\nu$, μ-захват на протоне $\mu^- + p \to n + \nu$, взаимодействие нейтрино с протоном $\nu + p \to n + \mu$. Амплитуда этих процессов записывается в виде

$$M = (G/\sqrt{2})\, l_\mu \langle p \,|\, v^+_\mu + a^+_\mu \,|\, n\rangle, \qquad l_\mu = \bar{u}_l \gamma_\mu (1+\gamma_5)\, u_\nu, \tag{2,2}$$

где G — константа слабых взаимодействий, $G = 1{,}01\cdot 10^{-5} m_p^{-2}$; u_ν, u_l — волновые функции лептонов.

Нас будет интересовать матричный элемент аксиального тока $a^+ = a^1_\mu + ia^2_\mu$, который описывается двумя независимыми формфакторами $g(k^2)$ и $h(k^2)$:

$$M_\mu = \langle p \,|\, a^+_\mu \,|\, n\rangle = g(k^2)\, \bar{u}_2 \gamma_\mu \gamma_5 u_1 - h(k^2)\, \bar{u}_2 \hat{k} \gamma_5 u_1 k_\mu,$$

где u_1, u_2 — волновые функции начального и конечного нуклонов, имеющих импульсы p_1, p_2 $(k = p_1 - p_2)$. В выражении (2,2) нет члена $\bar{u}_2 \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} k_\nu u_1$, который имеет положительную G-четность, противоположную G-четности оставленных членов. Мы предполагаем, что для оператора a_μ квантовое число G равно -1.

Гипотезы I и II, сформулированные в гл. 1, приводят к соотношению между формфакторами $g(k^2)$, $h(k^2)$. Согласно этим гипотезам аксиальный ток сохраняется в пределе равной нулю массы π-мезона $(\mu^2 = 0)$. В этом пределе продольная часть матричного элемента M_μ должна равняться нулю, что приводит к очень важному равенству (2,3) [3]

$$g(k^2) = k^2 h(k^2). \tag{2,3}$$

С учетом этого равенства матричный элемент M_μ записывается в виде

$$M_\mu = g(k^2)\,[g_{\mu\nu} - (k_\mu k_\nu/k^2)]\, \bar{u}_2 \gamma_\nu \gamma_5 u_1. \tag{2,4}$$

Полюс при $k^2 = 0$ в этом выражении связан с тем, что сохранение аксиального тока возможно лишь в случае существования безмассовой псевдоскалярной частицы [12, 13]. Это не удивительно, поскольку, как обсуждалось в гл. 1, симметрия $SU(2) \otimes SU(2)$ может быть строгой только в пределе $\mu^2 = 0$.

Ясно, что отличие массы π-мезона от нуля приводит к тому, что полюс сдвигается в точку $k^2 = \mu^2$. Если считать массу π-мезона малой, то изменением вычета в полюсе можно пренебречь и записать M_μ в виде [3]

$$M_\mu \approx g(k^2)\{g_{\mu\nu} - [k_\mu k_\nu/(k^2-\mu^2)]\}\,\bar{u}_2\gamma_\nu\gamma_5 u_1. \qquad (2,5)$$

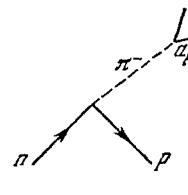

Рис. 1.

Полюсный вклад в амплитуду вычисляется непосредственно, исходя из диаграммы рис. 1. Эта диаграмма дает для $g(k^2 = \mu^2)$

$$g(\mu^2) = f_\pi g_r/m\sqrt{2}, \qquad (2,6)$$

где g_r — константа πNN-взаимодействия, $g_r^2/4\pi = 14{,}6$, m — масса нуклона, f_π — константа $\pi \to \mu\nu$-распада, определенная как

$$\langle 0 | a_\mu^+(0) | \pi^- \rangle = i f_\pi k_\mu. \qquad (2,7)$$

Для аксиальной константы g_A получаем, пренебрегая отличием $g(\mu^2)$ от $g(0)$:

$$g_A \equiv g(k^2 = 0) \approx f_\pi g_r/m\sqrt{2}. \qquad (2,8)$$

Это равенство было впервые получено в работе [31] и называется соотношением Гольдбергера — Треймана. При выводе этого соотношения мы использовали сохранение аксиального тока при $\mu^2 = 0$ и предположение о малости μ^2.

2.1.2. Перейдем к сравнению соотношения Гольдбергера — Треймана с опытными данными. Экспериментальные значения g_A и g_r равны соответственно $g_A = 1{,}18$ и $g_r^2/4\pi = 14{,}6$, а константа f_π связана с вероятностью распада $\pi \to \mu\nu$ следующим образом:

$$w(\pi \to \mu\nu) = (G^2 f_\pi^2 \mu/8\pi)\, m_\mu^2\,[1 - (m_\mu^2/\mu^2)^2], \qquad (2,9)$$

где G — константа слабых взаимодействий, $G = 1{,}01\cdot 10^{-5} m_p^{-2}$. Экспериментальное значение $w(\pi \to \mu\nu)$ равно $3{,}85\cdot 10^7$ *сек*$^{-1}$ *), чему соответствует

$$f_\pi = 0{,}93\mu. \qquad (2,10)$$

В результате для правой и левой частей соотношения (2,8) получаем 1,35 и 1,18 соответственно. Таким образом, ошибка в соотношении Гольдбергера — Треймана составляет $\sim 10\%$. При его выводе мы пренебрегали членами порядка $\mu^2/m_{\text{хар}}^2$ по сравнению с единицей. Из сравнения с экспериментальными данными следует, что в данном случае $m_{\text{хар}}$ относительно мало́: $m_{\text{хар}} \sim 3\mu$.

2.2. Нарушение $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрии

2.2.1. Легко видеть, что учет массы π-мезона в полюсном вкладе в матричный элемент β-распада привел к тому, что матричный элемент тока a_μ стал, как это следует из формулы (2,5), непоперечным:

$$k_\mu M_\mu = -i\langle p | \partial_\mu a_\mu^+(0) | n \rangle = -(\mu^2 g(k^2)/(k^2-\mu^2))\cdot 2m\bar{u}_2\gamma_5 u_1. \qquad (2,11)$$

---

*) Экспериментальные данные, если нет специальных ссылок, берутся из таблиц [32].

Покажем, что такое несохранение аксиального тока можно записать в виде операторного равенства

$$\partial_\mu a_\mu^+ = (\mu^2/c)\,\varphi^+, \qquad (2,12)$$

где φ^+-перенормированный оператор заряженного π-мезонного поля, $\langle\pi^+|\varphi^+|0\rangle = 1$, а константа c равна $c = 1/f_\pi \approx g_r/\sqrt{2}mg_A$. Действительно, матричный элемент от φ^+ по нуклонным состояниям равен

$$\langle p|\varphi^+|n\rangle = -(k^2-\mu^2)^{-1}\langle p|j_\pi^+|n\rangle = -[i\sqrt{2}g_r(k^2)/(k^2-\mu^2)]\,\bar{u}_2\gamma_5 u_1, \quad (2,13)$$

где $j_\pi^+ = -(\Box-\mu^2)\,\varphi^+$, $g_r(k^2)$ совпадает с g_r при $k^2 = \mu^2$. Если пренебречь, как и при выводе соотношения Гольдбергера — Треймана, зависимостью функций $g_r(k^2)$ и $g(k^2)$ от аргумента в области $k^2 \sim \mu^2$, то соотношения (2,11) и (2,12) эквивалентны.

Возникновение операторного равенства (2,12) можно наглядно продемонстрировать и другим способом. Выделим из аксиального тока a_μ^+ член, отвечающий за распад π-мезона:

$$a_\mu^+ = \tilde{a}_\mu^+ - \partial_\mu\varphi^+ c^{-1}, \qquad (2,14)$$

где $\langle 0|\tilde{a}_\mu^+|\pi^-\rangle = 0$. При равной нулю массе π-мезона аксиальный ток сохраняется, что дает

$$\Box\,\varphi = -c\partial_\mu\tilde{a}_\mu. \qquad (2,15)$$

Если считать, что при изменении массы π-мезонного поля его источник остается тем же, что и при $\mu^2 = 0$, то уравнение для оператора φ примет вид

$$(\Box-\mu^2)\,\varphi = -c\partial_\mu\tilde{a}_\mu \qquad (2,16)$$

и с учетом определения (2,14) мы приходим к соотношению (2,12).

Очень важно подчеркнуть, что равенство (2,12) не содержит никакой дополнительной информации по сравнению с гипотезой о сохранении аксиального тока в пределе $\mu^2 = 0$. Оно учитывает только то тривиальное обстоятельство, что полюс, отвечающий π-мезонному промежуточному состоянию, находится при $k^2 = \mu^2$, а не $k^2 = 0$.

Действительно, если рассмотреть произвольный матричный элемент от дивергенции аксиального тока $\partial_\mu a_\mu$, то при $k^2 \to \mu^2$ в него дает вклад только π-мезонный полюс и равенство (2,12) выполнено независимо от каких-либо предположений [33]. При $k^2 \neq \mu^2$ матричные элементы оператора π-мезонного поля φ не имеют физического смысла и равенство (2,12) можно рассматривать как определение φ.

Поэтому само по себе утверждение о пропорциональности дивергенции аксиального тока полю не приводит к каким-либо следствиям. Содержание равенства (2,12) состоит в том, что аксиальный ток сохраняется при $\mu^2 = 0$. Вместе с предположением о малости μ^2 это позволяет получать предсказания для различных величин. В дальнейшем мы будем использовать равенство (2,12), а не формулу (1,13), с тем, чтобы сразу учитывать отличие от нуля массы π-мезона в полюсных знаменателях.

2.2.2. Соотношение (2,12) является удобным исходным пунктом для обсуждения общего вопроса о нарушении $SU(2)\otimes SU(2)$-симметрии, поскольку величина отклонения от нуля дивергенции аксиального тока может служить мерой нарушения симметрии.

В силу соотношения (2,12) матричный элемент от оператора $\partial_\mu a_\mu^+$ по адронным состояниям A, B представляется в виде

$$\langle B|\partial_\mu a_\mu^+(0)|A\rangle = -[i\mu^2/c\,(k^2-\mu^2)]\,T(\pi A\to B) + O(\mu^2), \qquad (2,17)$$

где $k = p_B - p_A$; $T(\pi A \to B)$ — амплитуда сильного процесса $\pi + A \to B$, $O(\mu^2)$ — члены порядка μ^2, не содержащие пионного полюса. Первое слагаемое в правой части равенства (2,17) выделено потому, что в нем параметр μ^2 «обезразмеривается» величиной $(k^2 - \mu^2)$, которая также может быть мала, если $k^2 \sim \mu^2$. Поэтому в области $k^2 \leqslant \mu^2$ симметрия нарушается сильно. Однако это нарушение может быть учтено точно.

Что касается членов $O(\mu^2)$ в формуле (2,17), то о них в общем случае ничего неизвестно. Величина этих членов стремится к нулю при $\mu^2 \to 0$, но для реального значения μ^2 может быть довольно значительной. В частности, члены $O(\mu^2)$ привели к $\sim 10\%$-му нарушению соотношения Гольдбергера — Треймана.

Если не рассматривать подробно динамических моделей, то единственный способ как-то специфицировать вклад $O(\mu^2)$ — это задать трансформационные свойства оператора φ относительно группы $SU(2) \otimes \otimes SU(2)$. Исходя из модельных соображений [7] и соображений простоты, мы будем предполагать, что

$$[A^i, \partial_\mu a_\mu^k] \sim \delta^{ik}. \tag{2.18}$$

Подчеркнем, что отличие от нуля $\partial_\mu a_\mu$ означает, что сильные взаимодействия содержат примесь «полусильного» взаимодействия, нарушающего симметрию и ответственного, в частности, за возникновение массы π-мезона. Если принять во внимание, что

$$\frac{dA^i(t)}{dt} = \int d^3x \partial_\mu a_\mu^i(t, \mathbf{x}), \quad \frac{dA^i}{dt} \sim [A^i, \mathscr{H}], \tag{2,19}$$

то предположение (2,18) можно сформулировать как гипотезу о свойствах гамильтониана «полусильного» взаимодействия $\mathscr{H}^{\text{br}}$

$$[A^i, [A^k, \mathscr{H}^{\text{br}}]] \sim \delta^{ik}. \tag{2,20}$$

2.2.3. Таким образом, поправки, связанные с нарушением $SU(2) \otimes \otimes SU(2)$-симметрии, можно, грубо говоря, разбить на две категории.

Во-первых, мы должны учесть явную зависимость от μ в фазовых объемах и вкладах ближайших особенностей, расположенных на расстояниях порядка μ. Эти поправки могут составлять величину порядка единицы.

Во-вторых, иногда удается, используя групповые свойства гамильтониана $\mathscr{H}^{\text{br}}$, находить относительно малые поправки к величинам, которые слабо зависят от μ^2.

Особая осторожность, которую следует проявлять при рассмотрении близких особенностей, не является, конечно, специфической чертой $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрии. Например, изотопические соотношения для амплитуд рассеяния под малыми углами сильно нарушаются из-за обмена фотоном. Отличие состоит в том, что $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрия нарушена значительно сильнее, чем изотопическая, и «ближайшими» могут оказаться особенности, расположенные на расстоянии нескольких сотен миллионов электрон-вольт.

2.3. Соотношение Адлера для нейтринных реакций

2.3.1. На красивую возможность проверки соотношения (2,17) в неупругих нейтринных реакциях $\nu + A \to l + B$ обратил внимание Адлер [34]. Им было показано, что если родившийся лептон летит в том же направлении, что и нейтрино, амплитуда реакции пропорциональна матричному элементу дивергенции аксиального тока и согласно равенству (2,17) — амплитуде сильного процесса $\pi A \to B$.

Доказательство этого утверждения основано на том, что лептонная скобка

$$l_\mu = \bar{u}_l \gamma_\mu (1+\gamma_5) u_\nu \tag{2,21}$$

в пренебрежении массой лептона пропорциональна переданному импульсу $k=(p^\nu - p^l)$. Поэтому от адронной части амплитуды в ответ входит только матричный элемент дивергенции слабого тока $\partial_\mu (v_\mu + a_\mu)$. Векторный ток сохраняется, и надо учитывать вклад только дивергенции аксиального тока. Если нейтрино и лептон летят в одном направлении, то $k^2 \approx 0$ и в формуле (2,17) для матричного элемента дивергенции аксиального тока можно оставить только первый член. Окончательно для сечения нейтринной реакции возникает следующее выражение:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_l dW} = \left(\frac{Wk_{20}}{k_0 m_A}\right)^2 (k_0^2-\mu^2)^{1/2} \frac{g_r^2 g_A^2}{16m^2\pi^3} [1-{}^1/_2 m_l^2 (\mu^2 k_{20}^2 + m_l k_0)^{-1} k_0]^2 \sigma(\pi A \to B), \tag{2,22}$$

где $k_0 = (W^2 - m_A^2 + \mu^2)/2W$, $k_{20} = (m_A^2 + 2m_A E_\nu - W^2)/2W$; m_l, m_A, W — масса лептона, инвариантные массы состояний A, B.

2.3.2. Формула Адлера (2,22) далеко не исчерпывает всех следствий из гипотез I — IV для нейтринного эксперимента. Например, в реакции $\nu + N \to l + N'$, где N, N' — нуклоны, можно проверять соотношение (2,3) $k^2 h(k^2) = g(k^2)$, следующее из сохранения аксиального тока при $k^2 \gg \mu^2$. В области $k^2 \sim \mu^2$ это соотношение следует заменить на $g(k^2) = (k^2 - \mu^2)\, h(k^2)$.

Кроме того, в неупругих нейтринных реакциях при небольших значениях переданного лептонам импульса можно пользоваться обобщенным соотношением Гольдбергера — Треймана (2,23), позволяющим выразить матричный элемент аксиального тока $\langle B \mid a_\mu \mid A \rangle$ через амплитуду сильного процесса $\pi + A \to B$ [35]:

$$\langle B \mid a_\mu \mid A \rangle = (i/c)\{g_{\mu\nu} - [k_\mu k_\nu/(k^2-\mu^2)]\} T_\nu, \tag{2,23}$$

где $k_\nu T_\nu$ — амплитуда реакции $\pi + A \to B$.

Дополнительные соотношения возникают в том случае, если состояния A, B содержат «мягкие» π-мезоны [8], но мы не будем обсуждать их подробно. Способ вывода подобных соотношений излагается в последующих главах.

2.4. Константа эффективного псевдоскаляра в μ-захвате

Помимо β-распада нейтрона и рассеяния нейтрино на нуклоне, матричный элемент аксиального тока (2,2) описывает еще один физический процесс: μ-захват на протоне: $\mu + p \to n + \nu$. В отличие от β-распада нейтрона, в этом процессе может быть измерена величина формфактора $h(k^2)$. Экспериментальное определение этого формфактора при $k^2 \leqslant \mu^2$ представляет большой интерес с точки зрения сравнения его с теоретическими предсказаниями.

Для вывода этих предсказаний запишем функцию $h(k^2)$ в виде

$$h(k^2) = (f_\pi g_r / m\sqrt{2})(k^2-\mu^2)^{-1} + r(k^2), \tag{2,24}$$

где мы выделили вклад π-мезонного полюсного графика (см. рис. 1), а остаток обозначили через $r(k^2)$.

При $k^2 \sim \mu^2$ полюсный член имеет порядок μ^{-2} и должен давать основной вклад в силу предположения о малости μ^2. Это утверждение уже использовалось при выводе соотношения Гольдбергера — Треймана. Оставляя только полюсный вклад, получаем для константы эффективного псевдоскаляра при захвате медленного μ-мезона на протоне [36] (значение k^2 в этом процессе равно $k^2 = -k_0^2 = -m_\mu^2 [1 + (m_\mu/m)]^{-1}$)

$$g_P \equiv 2mm_\mu h(k^2 = -m_\mu^2/[1+(m_\mu/m)]) \approx -f_\pi g_r \sqrt{2} m_\mu/(\mu^2 - k_0^2) \approx 8{,}85. \quad (2{,}25)$$

Подчеркнем, что предсказание (2,25) основано только на предположении о малости массы π-мезона. Ожидаемая точность этого предсказания, как и в случае соотношения Гольдбергера — Треймана, порядка 10%.

Используя сохранение аксиального тока (при $\mu^2 = 0$), можно получить более точное предсказание для константы g_P [37, 38]. Вся неопределенность в вычислении g_P связана с вкладом $r(k^2)$, поскольку полюсный член известен точно. Так как величина $r(k^2)$ относительно мала, достаточно вычислить ее с «обычной» 10%-ной точностью, чтобы предсказать значение g_P с процентной точностью.

В принятом приближении

$$r(-k_0^2) \approx r(k^2 = 0, \mu^2 = 0), \quad (2{,}26)$$

а величина $r(k^2 = 0, \mu^2 = 0)$ может быть выражена через радиус аксиального формфактора $dg(k^2)/dk^2$ при $k^2 = 0$. Для этого надо в равенстве (2,3) разложить $g(k^2)$, $h(k^2)$ в ряды по k^2. В результате для g_P получаем

$$g_P = -8{,}85 + 2mm_\mu [dg(k^2)/dk^2]|_{k^2=0}. \quad (2{,}27)$$

Обработка данных по нейтринному опыту приводит к оценкам [39]

$$dg(k^2)/dk^2 \text{ (при } k^2 = 0) = (0{,}4 - 1{,}1 \ \textit{Гэв})^{-2}. \quad (2.28)$$

Соответствующая поправка к полюсному значению g_P колеблется в пределах от 1,5 до 14%. Отметим, что знак поправки уже сегодня определен, по-видимому, однозначно.

Проверка соотношения (2,27) представляется очень трудной. В настоящее время константа g_P измерена с 40%-ной точностью [40]. Однако следует иметь в виду, что других предсказаний, основанных на гипотезах I — IV, которые претендовали бы на процентную точность, до сих пор не найдено.

3. НЕКОТОРЫЕ СИЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ С УЧАСТИЕМ π-МЕЗОНОВ

3.1. Условие самосогласованности Адлера

Непосредственным следствием частичного сохранения аксиального тока является обращение в нуль амплитуды сильного процесса при равном нулю импульсе π-мезона, если в этот процесс не дают вклада полюсные диаграммы, отвечающие испусканию π-мезона из внешних линий. Ниже мы докажем это утверждение [41], которое называется условием самосогласованности Адлера и на примере распада $X(960) \to \eta 2\pi$ рассмотрим [42], к какого типа следствиям оно приводит.

3.1.1. В дальнейшем мы часто будем пользоваться редукционной формулой [17]. Согласно этой формуле, в частности, амплитуду процесса $A \to B + \pi$, где A и B обозначают произвольные состояния адронов, можно представить в виде

$$M(2\pi)^4\delta^4(p_2+q-p_1) = -\int dx e^{iqx}(\Box-\mu^2)\langle B|\varphi(x)|A\rangle. \qquad (3,1)$$

Здесь p_1, p_2 — импульсы состояний A и B, q — импульс π-мезона. Редукционная формула (3,1) определяет амплитуду вне массовой поверхности как соответствующую функцию Грина, умноженную на обратный пропагатор свободной частицы ($\Box$ — μ^2). Ясно, что определенная таким образом величина совпадает при $q^2=\mu^2$ с амплитудой процесса $A \to B\pi$, так как в этом пределе в правой части равенства (3,1) остается лишь часть функции Грина, пропорциональная $(q^2-\mu^2)^{-1}$.

Подставляя в формулу (3,1) вместо π-мезонного поля его выражение (2,12) через дивергенцию аксиального тока и интегрируя по частям, получим

$$M(2\pi)^4\delta^4(p_2+q-p_1) = -\frac{c}{\mu^2}\int dx e^{iqx}(\Box-\mu^2)\langle B|\partial_\mu a_\mu(x)|A\rangle =$$
$$= \frac{ic}{\mu^2}(q^2-\mu^2)q_\mu\int dx e^{iqx}\langle B|a_\mu(x)|A\rangle. \qquad (3,2)$$

В правой части равенства (3,2) опущены так называемые поверхностные члены, т. е. выражения типа

$$\int dx e^{iqx}\frac{\partial}{\partial x_0}\varphi(x)\Big|_{x_0=\pm\infty}.$$

Оператор $\varphi(x)$ при $x_0 \to \pm\infty$ совпадает с оператором свободного поля с массой μ. Поэтому обсуждаемое выражение может быть отлично от нуля только при $q^2=\mu^2$. В общем случае поверхностные члены дают вклад в амплитуду лишь при определенных значениях q^2, отвечающих массам частиц, имеющих квантовые числа соответствующих операторов.

Поскольку амплитуда является непрерывной функцией q^2, под амплитудой на массовой поверхности можно понимать предел выражения (3,2) при $q^2 \to \mu^2$. Тогда вопроса о поверхностных членах не возникает, и мы их всюду в дальнейшем опускаем.

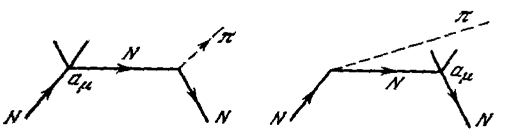

Рис. 2.

Отметим, что явная зависимость правой части равенства (3,2) от q^2 и μ^2 является, по существу, фиктивной. Чтобы убедиться в этом, надо выделить вклад диаграммы, содержащей π-мезонный полюс (рис. 2). Формально это можно просто сделать, воспользовавшись записью частичного сохранения аксиального тока в форме (2,15). Подставляя (2,15) в (3,1), получим

$$M(2\pi)^4\delta^4(p_2+q-p_1) = -icq_\mu\int dx e^{iqx}\langle B|\tilde{a}_\mu|A\rangle, \qquad (3,3)$$

где матричный элемент $\langle B|\tilde{a}_\mu|A\rangle$ не содержит, в отличие от $\langle B|a_\mu|A\rangle$, π-мезонного полюса.

Формула (3,3) позволяет найти амплитуду M при равном нулю импульсе π-мезона. При стремлении $q\to 0$ в правую часть равенства (3,3) вклад дают лишь полюсные части матричного элемента $\langle B|\tilde{a}_\mu|A\rangle$, отвечающие диаграммам, в которых аксиальный ток присоединяется к внешней линии. Случай, когда есть такие диаграммы, мы разберем в разделе 3.2 на примере амплитуды πN-рассеяния. Если же таких диаграмм нет, то амплитуда должна обращаться в нуль при $q = 0$:

$$M(A \to B\pi) \underset{q\to 0}{\longrightarrow} 0. \tag{3,4}$$

Соотношение (3,4) составляет содержание условия самосогласованности Адлера.

3.1.2. Рассмотрим в качестве примера, к каким экспериментальным следствиям приводит это условие в случае распада $X \to \eta 2\pi$. Считается, что X (960) — псевдоскалярный мезон с изоспином нуль.

Если предположить, что матричный элемент этого распада линеен по энергиям, то его можно представить в виде

$$M(X \to \eta 2\pi) = f + g(q_1 + q_2)^2, \tag{3,5}$$

где учтено требование бозе-статистики по π-мезонам, приводящее к симметрии M по перестановке импульсов π-мезонов q_1 и q_2.

Обращение амплитуды в нуль, когда импульс одного из π-мезонов равен нулю, приводит к соотношению

$$f + g\mu^2 = 0, \tag{3,6}$$

и матричный элемент в физической области распада записывается в виде

$$M(X \to \eta 2\pi) = \mathrm{const}\,(1 + \alpha Y), \tag{3,7}$$

где $Y = (2T/T_{\max}) - 1$, T — кинетическая энергия η-мезона и

$$\alpha = -[(m_X - m_\eta)^2 - 4\mu^2]/[(m_X - m_\eta)^2 + 2\mu^2] = -0{,}43. \tag{3,8}$$

Знак α, по-видимому, подтверждается существующими экспериментальными данными [43], но статистика недостаточна для определения абсолютной величины α.

Теоретическая точность предсказания (3,8) для величины α, по-видимому, невысока. Действительно, мы предполагали для амплитуды справедливость линейного разложения по энергиям π-мезонов, т. е. считали, что характерная масса сильных взаимодействий много больше, чем E_π. Однако это предположение вряд ли выполняется с хорошей точностью, поскольку E_π в данном случае меняется в довольно широких пределах — от нуля до 340 *Мэв* (когда импульс «другого» π-мезона равен нулю). В этом смысле самым благоприятным является случай порогового πN-рассеяния, где физическая область изменения энергии π-мезона расположена наиболее близко к точке $E_\pi = 0$.

3.2. πN-рассеяние при низких энергиях

Гипотезы I — IV (см. гл. 1) позволяют получить ряд следствий для амплитуды πN-рассеяния при низких энергиях, которые обсуждаются в настоящем разделе. План изложения следующий: в п. 3.2.1 излагаются необходимые сведения из феноменологического описания πN-рассеяния; в п. 3.2.2 обсуждаются следствия из условия самосогласованности Адлера; в п. 3.2.3 вычисляется изотопически-нечетная часть амплитуды; в п. 3.2.4—3.2.5 полученные результаты сравниваются с опытом; в п. 3.2.6 обсуждаются экстраполяционные формулы и их экспериментальная проверка.

3.2.1. Феноменология πN-рассеяния (см., например, [21, 44]). Изотопическая структура πN-рассеяния описывается двумя независимыми амплитудами T^+, T^-:

$$T = \Psi_2^+ \Psi_1 (\varphi_1 \varphi_2) T^+ + 2\Psi_2^+ [(\varphi_2 \tau), (\varphi_1 \tau)] \Psi_1 T^-, \tag{3,9}$$

где $\Psi_{1,2}$, $\varphi_{1,2}$ — изотопические функции нуклонов и π-мезонов, индекс 1 относится к начальному, 2 — к конечному состояниям. $\tau = \sigma/2$ — изоспиновые матрицы. Величины $T^{\pm}$ связаны с амплитудами процессов $\pi^{\pm}p \to \pi^{\pm}p$ и амплитудами рассеяния $T_{3/2}$, $T_{1/2}$ в состояниях с полным изотопическим спином 3/2, 1/2 соотношениями

$$\left.\begin{aligned} T^{+} &= (T_{\pi^-p} + T_{\pi^+p})/2 = (T_{1/2} + 2T_{3/2})/3, \\ T^{-} &= (T_{\pi^-p} - T_{\pi^+p})/2 = (T_{1/2} - T_{3/2})/3. \end{aligned}\right\} \tag{3,10}$$

Пространственную структуру $T^{\pm}$ запишем в виде

$$T^{\pm} = \bar{u}_2 \left[C^{\pm} + {}^1/_{2m} \sigma_{\mu\nu} k_\mu q_\nu B^{\pm}\right] u_1, \tag{3,11}$$

где u_1, u_2 — волновые функции начального и конечного нуклонов с импульсами p_1, p_2; k и q — импульсы начального и конечного мезонов. Амплитуды $C^{\pm}$ и $B^{\pm}$ являются функциями переменных ν и t:

$$\nu = (k+q)(p_1+p_2)/4m = k(p_1+p_2)/2m = q(p_1+p_2)/2m, \quad t = (k-q)^2. \tag{3,12}$$

Условия кроссинг-симметрии записываются следующим образом:

$$C^{\pm}(\nu, t) = \pm C^{\pm}(-\nu, t), \quad B^{\pm}(\nu, t) = \mp B^{\pm}(-\nu, t). \tag{3,13}$$

В дальнейшем мы будем рассматривать пороговые значения амплитуд $C^{\pm}$, $B^{\pm}$ и первых производных по ν и t от $C^{\pm}$. Эти величины (точнее, их действительные части) выражаются через фазы s- и p-волн с помощью равенств

$$\left.\begin{aligned} C &= 4\pi\left[1 + (\mu/m)\right] a, \quad B = 8\pi m\left[a_1 - a_3 + (1/4m^2)a\right], \\ \frac{\partial C}{\partial \nu} &= \frac{8\pi m}{m+\mu}\left(2a_3 + a_1 + b - \frac{2}{3}a^3 + \frac{a}{2m\mu}\right), \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{2\pi}{m+\mu}\left[2\left(m + 3\mu + \frac{3}{2}\frac{\mu^2}{m}\right)a_3 + ma_1 - \frac{m-\mu}{4m^2}a + \frac{2}{3}\mu a^3\right], \end{aligned}\right\} \tag{3,14}$$

где a — длины рассеяния, b — радиусы s-волн, a_1, a_3 — длины рассеяния p-волн в состояниях с полным моментом 1/2, 3/2 (изотопические индексы опущены). Длины рассеяния и радиусы связаны с фазами рассеяния s- и p-волн соотношениями

$$\left.\begin{aligned} \delta^s &= a|\mathbf{q}| + b|\mathbf{q}|^3 + O(|\mathbf{q}|^5), \\ \delta^p_{2J} &= a_{2J}|\mathbf{q}|^3 + O(|\mathbf{q}|^5), \end{aligned}\right\} \tag{3,15}$$

где $\mathbf{q}$ — трехмерный импульс в системе ЦИ.

Нам понадобится разбиение амплитуды πN-рассеяния на полюсную T_p и неполюсную $\widetilde{T}$ части:

$$T = T_p + \widetilde{T}, \tag{3,16}$$

где под полюсной частью понимается вклад нуклонных полюсных графиков, причем вершина πNN-взаимодействия выбирается в виде $-f\overline{\Psi}\gamma_\mu\gamma_5\tau\Psi\partial_\mu\varphi$, $f = g_r/2m = (1{,}01 \pm 0{,}01)\,\mu^{-1}$. Если взять вершину в другом виде (например, $ig_r\overline{\Psi}\gamma_5\tau\Psi\varphi$), то возникающие полюсные графики будут отличаться от графиков с псевдовекторной связью членами, не содержащими полюса, и дело сведется к переопределению $\widetilde{T}$.

Приводим выражения для полюсных вкладов в амплитуды $C^{\pm}$, $B^{\pm}$, а также значения этих вкладов на пороге рассеяния:

$$C_p^+=2mf^2(t-k^2-q^2)\mathcal{L}^-,\quad C_p^+|_{\nu=\mu}=-f^2\frac{\mu^2}{m}=-0{,}15\mu^{-1}, \tag{3,17}$$

$$C_p^-=-2f^2\nu-mf^2(t-k^2-q^2)\mathcal{L}^+,\quad C_p^-|_{\nu=\mu}=2\mu f^2(\mu/2m)^2=0{,}011\mu^{-1}, \tag{3,18}$$

$$B_p^+=-4m^2f\mathcal{L}^+,\quad B_p^+|_{\nu=\mu}=-4f^2\frac{m}{\mu}=-27{,}4\mu^{-2}, \tag{3,19}$$

$$B_p^-=-2f^2+4m^2f^2\mathcal{L}^-,\quad B_p^-|_{\nu=\mu}=4f^2(\mu/2m)=0{,}022\mu^{-2}, \tag{3,20}$$

где $\mathcal{L}^{\pm}=\left[2m\nu+\frac{1}{2}(t-k^2-q^2)\right]^{-1}\pm\left[2m\nu-\frac{1}{2}(t-k^2-q^2)\right]^{-1}$ и при вычислении пороговых значений пренебрегается $(\mu/2m)^2$ по сравнению с единицей.

3.2.2. После этих предварительных замечаний рассмотрим теперь, к каким следствиям приводит гипотеза о сохранении аксиального тока. Для этого устремим импульс одного из мезонов к нулю (остальные частицы на массовой поверхности) и для вычисления предела амплитуды воспользуемся соотношением (3,3):

$$T\xrightarrow[q\to 0]{}-icq_\mu\langle p_2|a_\mu(0)|p_1,k\rangle. \tag{3,21}$$

При $q\to 0$ в правой части надо учитывать только полюсную часть матричного элемента аксиального тока, отвечающую диаграммам рис. 2, которая сингулярна при $q\to 0$. Соотношение (3,21) выражает условие самосогласованности Адлера для амплитуды πN-рассеяния. Аксиальная вершина, входящая в диаграммы рис. 2 (на стр. 240), при малых q имеет вид $g_A\bar{u}\gamma_\mu\gamma_5 u$ (см. равенство (2,5)). После умножения на q_μ эта вершина совпадает с псевдовекторной вершиной πNN-взаимодействия, так как $c=f\sqrt{2}/g_A$. Поэтому правая часть соотношения (3,21) при $q\to 0$ совпадает с полюсной частью амплитуды T_p, определенной равенством (3,16), и для неполюсной части $\tilde{T}$ получаем

$$\tilde{T}|_{q=0}=0. \tag{3,22}$$

Экспериментальные следствия из этого соотношения мы обсудим в п. 3.2.5.

3.2.3. Соотношение (3,22) означает, что постоянный член в разложении неполюсной части амплитуды πN-рассеяния в ряд по импульсам π-мезонов равен нулю. Здесь мы найдем линейные по k или q члены этого разложения.

Для вычисления линейных членов необходимо рассмотреть предел амплитуды при стремлении импульсов двух мезонов к нулю. Для этого напишем редукционную формулу по двум π-мезонным полям, заменим их дивергенциями аксиального тока и проинтегрируем по частям:

$$T_{\pi+p}(2\pi)^4\delta^4(p_1+k-p_2-q)=$$
$$=i\int dx\,dy\exp(-ikx+iqy)(\Box_x-\mu^2)(\Box_y-\mu^2)\langle p_2|T\{\varphi^-(y)\varphi^+(x)\}|p_1\rangle\xrightarrow[k,\,q\to 0]{}$$
$$\to ic^2\int dx\,dy\exp(-ikx+iqy)\langle p_2|[\partial_\nu a_\nu^-(y),a_0^+(x)]\delta(x^0-y^0)+$$
$$+ik_\mu[a_\mu^+(x),a_0^-(y)]\delta(x^0-y^0)+k_\mu q_\nu T\{a_\mu^+(x),a_\nu^-(y)\}|p_1\rangle. \tag{3,23}$$

При интегрировании по частям в равенстве (3,23) мы учли, что операции упорядочивания по времени и дифференцирования по времени не коммутируют между собой, как это следует из определения T-произведения:

$$T\{\varphi(y)\,\partial_\mu a_\mu(x)\} = \theta(x^0-y^0)\,\partial_\mu a_\mu(x)\,\varphi(y) + \theta(y^0-x^0)\,\varphi(y)\,\partial_\mu a_\mu(x), \tag{3,24}$$

где

$$\theta(x^0) = \begin{cases} 1, & x^0>0, \\ 0, & x^0<0. \end{cases}$$

Выносяя производную за знак T-произведения и учитывая, что $\frac{\partial}{\partial x^0}\theta(x^0) = \delta(x^0)$, получаем

$$T\{\partial_\mu a_\mu(x)\,\varphi(y)\} = \partial_\mu T\{a_\mu(x)\,\varphi(y)\} + \delta(x^0-y^0)\,[\varphi(y),\, a_0(x)]. \tag{3,25}$$

Это равенство мы учитывали при выводе соотношения (3,24).

Ясно, что при стремлении k и q к нулю нужно отдельно рассмотреть сингулярные вклады одночастичных промежуточных состояний. Такие члены есть в последнем члене в правой части соотношения (3,23). Легко убедиться, что они совпадают с полюсной частью амплитуды πN-рассеяния для случая псевдовекторной πNN-связи. Доказательство этого утверждения совершенно аналогично изложенному в п. 3.2.2.

Что касается вкладов многочастичных состояний в $k_\mu q_\nu \langle p_2 | \times T\{a_\mu^+(x)\, a_\nu^-(y)\} | p_1\rangle$, то они, очевидно, представляют собой величины второго и более высокого порядка по k и q. Поэтому одновременные коммутаторы нулевых компонент аксиального тока между собой и с дивергенцией тока, которые возникли в правой части равенства (3,23), определяют неполюсную часть амплитуды с точностью до членов, линейных по k, q включительно.

Если положить $\mathbf{k} = \mathbf{q} = 0$ (при этом $k_0 = q_0$), то экспоненты в соотношении (3,23) равны единице и неполюсная часть амплитуды выражается через коммутаторы, содержащие аксиальный заряд:

$$(2\pi)^4\,\delta^4(p_1+k-p_2-q)\,\widetilde{T}_{\pi+p} \xrightarrow[k,\ q\to 0]{} ic^2 \int dt\,\{\langle p_2|\,[\dot{A}^-(t),\ A^+(t)] + ik_0\,[A^+(t),\ A^-(t)]\,|p_1\rangle\}. \tag{3,26}$$

Покажем, что первый член в равенстве (3,26) связан с изотопически-четной амплитудой $\widetilde{T}^+$. Для этого коммутатор аксиальных зарядов

$$[A^+(t),\ A^-(t)] = 2V^3 \tag{3,27}$$

продифференцируем по времени:

$$[\dot{A}^+(t),\ A^-(t)] + [A^+(t),\, \dot{A}^-(t)] = 0. \tag{3,28}$$

Выражение для амплитуды $\pi^- p$-рассеяния можно получить из соотношения (3,26) перестановкой индексов «+» и «—». Из равенства (3,28) следует, что первый член в соотношении (3,26) при такой перестановке не меняется и относится, следовательно, к изотопически-четной части амплитуды. Впрочем, этот член относительно мал, так как пропорционален μ^2 (при $\mu^2 = 0$ аксиальный ток сохраняется и $\dot{A} = 0$).

Второй член в равенстве (3,26) пропорционален коммутатору $[A^+,\ A^-]$, который, очевидно, меняет знак при перестановке изотопических индексов и определяет поэтому значение изотопически-нечетной части амплитуды при стремлении импульсов мезонов к нулю:

$$\widetilde{T}^-(2\pi)^4\,\delta^4(0) \xrightarrow[k,\ q\to 0]{} c^2 k_0 \int \langle p_2|\,2V^3\,|p_1\rangle dt = c^2 k_0 \int \langle p_2|p_1\rangle dt = c^2\,\frac{k_0 p_0}{m}\,\bar{u}_2 u_1\,(2\pi)^4\,\delta^4(0), \tag{3,29}$$

где мы воспользовались ковариантной нормировкой состояний $\langle p_2 | p_1 \rangle = (p_{10}/m)\,\bar{u}_2 u_1 (2\pi)^3 \delta^3 (p_2 - p_1)$. Для амплитуды C^- получаем, таким образом,

$$C^- \xrightarrow[k,\, q \to 0]{} c^2\nu + C_p^-. \qquad (3{,}30)$$

3.2.4. Были предложены два способа сравнения этого соотношения с опытом. Можно предположить [45, 16], что выражение (3,30) справедливо вплоть до порога πN-рассеяния и предсказывает тем самым длину рассеяния. На этом мы остановимся подробнее в следующем разделе.

Другой возможностью [1, 2] является использование дисперсионного соотношения для амплитуды C^- при $t = 0$. Как известно, оно имеет вид

$$\frac{C^-(\nu)}{\nu} = \frac{g_r^2\mu^2}{2m^2}\,\frac{1}{\nu^2 - (\mu^2/2m)^2} + \frac{1}{\pi}\int\limits_{\mu}^{\infty} d\nu'\,\frac{k'\,[\sigma_-(\nu') - \sigma_+(\nu')]}{\nu'^2 - \nu^2}, \qquad (3{,}31)$$

где $\sigma_\pm$ — полные сечения $\pi^\pm p$-взаимодействия, k — трехмерный импульс пиона в лабораторной системе координат. Подставляя в левую часть равенства (3,31) при $\nu \to 0$ выражение (3,30) для C^- и используя явный вид (3,18) для полюсного члена C_p^-, приходим к соотношению, впервые полученному Адлером [1] и Вайсбергером [2]:

$$1 - \frac{1}{g_A^2} = \frac{2m^2}{\pi g_r^2}\int\limits_{\mu}^{\infty}\frac{d\nu}{\nu^2}\,k\,[\sigma_+(\nu) - \sigma_-(\nu)], \qquad (3{,}32)$$

где учтено, что $c = g_r/\sqrt{2}\,mg_A$. Это соотношение прекрасно согласуется с экспериментальным значением $g_A = 1{,}18$.

Подчеркнем, что равенство (3,32) приближенно, так как дисперсионное соотношение имеет место для физической амплитуды, т. е. при $k^2 = q^2 = \mu^2$, а выражение (3,30) для C^- получено при $k,\, q \to 0$. Таким образом, дисперсионное соотношение позволяет учесть зависимость C^-/ν от ν^2, но не от k^2, q^2, которой мы пренебрегали.

3.2.5. Так как вблизи порога $\nu^2 \sim k^2 \sim q^2 \sim \mu^2$, можно предположить, что величина $\tilde{C}^-/\nu$ не зависит в этой области не только от q^2, k^2, но и от ν^2. Тогда для изотопически-нечетной длины рассеяния получаем [45, 16]

$$a^- = \left\{4\pi\left[1 + \left(\frac{\mu}{m}\right)\right]\right\}^{-1} C^-|_{\nu=\mu} = c^2\mu/4\pi\left[1 + \left(\frac{\mu}{m}\right)\right] = 0{,}10\mu^{-1}, \qquad (3{,}33)$$

где численное значение константы c принято равным

$$c = g_r/\sqrt{2}\,mg_A = 1{,}2\mu^{-1}$$

и отброшен малый вклад полюсного графика ($\sim 10^{-3}\mu^{-1}$). Отметим, что кинематические множители здесь и ниже мы учитываем точно, не пренебрегая членами порядка μ/m.

Теоретическое значение (3,33) следует сравнить с экспериментальными данными о длинах рассеяния:

$$a^- = (0{,}086 \pm 0{,}005)\,\mu^{-1}\ [44], \qquad a^- = (0{,}093 \pm 0{,}005)\,\mu^{-1}\ [46],$$

и мы видим, что согласие теории с опытом очень хорошее.

Перейдем теперь к рассмотрению изотопически-четной амплитуды. Как уже отмечалось в п. 3.2.4, постоянный член в разложении $\tilde{C}^+$ по k и q равен нулю (точнее, $\sim\mu^2$) в силу соотношения (3,22) и разложение $\tilde{C}^+$ начинается с квадратичных по k, q членов. Из явного выражения (3,17) для полюсного вклада в C^+ видно, что он также квадратичен по μ вблизи порога. Отсюда следует, что изотопически-четная длина рассеяния должна быть мала по сравнению с изотопически-нечетной, которая линейна по μ (см. соотношение (3,33)):

$$a^+/a^- \ll 1. \qquad (3,34)$$

Экспериментальные данные подтверждают это предсказание теории:

$$a^+ = -(0,002 \pm 0,006)\,\mu^{-1}\ {}^{44}, \quad a^+ = -(0,011 \pm 0,005)\,\mu^{-1}\ {}^{46}.$$

3.2.6. При получении предсказаний (3,33), (3,34) существенно использовались экстраполяционные формулы для амплитуды πN-рассеяния. Именно, мы предполагали, что амплитуда есть сумма полюсного члена, который учитывается точно, и неполюсных членов, которые мы разлагали в ряд и оставляли только первый член разложения. Ясно, что представляет интерес независимая проверка[47] экстраполяционных формул, которой посвящен настоящий раздел.

Мы рассматриваем амплитуду πN-рассеяния в области $\nu \sim \sqrt{t} \sim \mu$. Если бы амплитуда не имела особенностей в этой области, то предположение о малости массы π-мезона приводило бы к представлению амплитуды в виде полинома по ν и t. Особенности в рассматриваемой области связаны с нуклонными полюсными графиками, рассеянием через изобару $N^*(1236)$, а также с двухчастичными промежуточными состояниями (пороговые особенности). При вычислении длин рассеяния проблема учета вклада изобары (резонанса в p-волне) не возникла, так как мы рассматривали амплитуду при равных нулю трехмерных импульсах частиц. Ниже мы получим правила сумм для амплитуд p-волн, и в этом случае вклад изобары нужно учитывать отдельно. Что касается вклада пороговых особенностей, то он пропорционален квадрату амплитуды вблизи порога и мал, так как малы длины πN-рассеяния (см. формулы (3,33), (3,34)).

Имея в виду эти замечания и принимая во внимание требования кроссинг-симметрии, запишем окончательно экстраполяционные формулы для амплитуд $C^\pm$, $B^\pm$ в следующем виде:

$$C^+ = C_p^+ + C_{33}^+ + c_1^+ + c_2^+(kq) + c_3^+\nu^2 + O(\{k,\, q\}^3), \qquad (3,35)$$

$$C^- = C_p^- + C_{33}^- + c^-\nu + O(\{k,\, q\}^3), \qquad (3,36)$$

$$B^+ = B_p^+ + B_{33}^+ + O(\{k,\, q\}^1), \qquad (3,37)$$

$$B^- = B_p^- + B_{33}^- + b^- + O(\{k,\, q\}^1), \qquad (3,38)$$

где индексы p и 33 относятся к вкладам нуклона и изобары, C_i^+, c^-, b^- — коэффициенты разложения; через $O(\{k,\, q\}^n)$ обозначены члены порядка n по k, q. Помимо старших членов разложения в ряд, величины $O(\{k,\, q\}^n)$ включают в себя мнимые части амплитуд, неаналитические члены, связанные с пороговыми особенностями.

Так же как и в случае вклада нуклонного полюса, необходимо более точно определить, что́ понимается под вкладом изобары в формулах (3,35) — (3,38). Для описания частицы со спином $^3/_2$ мы будем пользоваться формализмом Рариты — Швингера, т. е. описывать ее величиной Ψ_μ ($\mu = 0,\ 1,\ 2,\ 3$). Пропагатор в этом формализме имеет вид

$$(P^2 - M^2)^{-1}\{(\hat{P} + M)\,[-g_{\mu\nu} + (\gamma_\mu\gamma_\nu/3) + ((\gamma_\mu P_\nu - \gamma_\nu P_\mu)/3M) + (2P_\mu P_\nu/3M^2)] - 2(P^2 - M^2)/3M^2\,[\gamma_\mu P_\nu - \gamma_\nu P_\mu + (\hat{P} + M)\,\gamma_\mu\gamma_\nu]\}, \qquad (3,39)$$

где M — масса изобары, P — ее импульс.

Наконец, вершину πNN^*-взаимодействия мы выбираем в виде

$$\lambda \overline{\Psi}_\mu \Psi \, \partial_\mu \varphi, \tag{3,40}$$

где константа $\lambda_{N^{*++} \to p\pi^+}$ равна 2,16 μ^{-1}, что отвечает ширине изобары $\Gamma = 120$ *Мэв*.

Подчеркнем, что вклад изобары в амплитуду πN-рассеяния вычисляется неоднозначно, поскольку частица со спином 3/2 вне массовой поверхности содержит, как известно, примесь состояний со спином 1/2. Эти состояния дают вклад, не содержащий резонансного множителя, который переопределяет коэффициенты разложения в (3,35) —(3,38). Выбор пропагатора в форме (3,39) имеет простой физический смысл: рассеяние через изобару не дает при этом вклада в амплитуду s-волны на пороге.

Возможную неопределенность в вычислении вклада полюсных членов особенно важно иметь в виду в связи с тем, что в дальнейшем мы будем получать некоторые соотношения, отбрасывая все члены ряда, кроме полюсных. Ясно, что это допустимо только в том случае, если результат не зависит на самом деле от выбора неполюсной части пропагатора изобары и вершин взаимодействия.

Рассмотрим теперь соотношения между наблюдаемыми величинами, к которым приводят экстраполяционные формулы (3,35) — (3,38) без каких-либо дополнительных гипотез и предположений. Мы ограничимся перечислением предсказаний для амплитуд s- и p-волн, относительно которых есть более или менее надежные данные фазового анализа. Как видно из формул (3,14), такое ограничение означает, что мы можем рассмотреть пороговые значения следующих величин: $C^\pm$, $B^\pm$, $\frac{\partial C^\pm}{\partial \nu}$, $\frac{\partial C^\pm}{\partial t}$.

Наибольший интерес представляет проверка разложения (3,36) для амплитуды C^-, поскольку оно использовалось при вычислении изотопически-нечетной длины рассеяния. Из формулы (3,36) следует, что в принятом приближении один и тот коэффициент c^-, наряду с полюсными членами, определяет как пороговое значение C^-, так и пороговое значение производной $\frac{\partial C^-}{\partial \nu}$. Исключая c^-, получаем

$$\left(\frac{\partial C^-}{\partial \nu} - \frac{C^-}{\nu}\right)\Bigg|_{\nu=\mu} = \left(\frac{\partial C^-}{\partial \nu} - \frac{C^-}{\nu}\right)_p\Bigg|_{\nu=\mu} + \left(\frac{\partial C^-}{\partial \nu} - \frac{C^-}{\nu}\right)_{33}\Bigg|_{\nu=\mu}. \tag{3,41}$$

Отметим, что хотя вклад изобары в амплитуду C^- зависит от нерезонансной части пропагатора частицы со спином 3/2 и поэтому не определен однозначно, эта неоднозначность выпадает из разности $\frac{\partial C^-}{\partial \nu}$. и C^-/ν

Соотношение (3,41) должно иметь, вообще говоря, примерно такую же точность, что и предсказание (3,33). Действительно, оставленные, т. е полюсные, члены в равенстве (3,41) имеют порядок μ^0, а отброшенные в силу кроссинг-симметрии — порядок μ^2. Если бы мы рассматривали не инвариантные амплитуды, а непосредственно фазы s- и p-волн, т. е. величины, не обладающие определенной кроссинг-симметрией, то точность предсказаний была бы хуже, $\sim\mu$. Сравнение соотношения (3,41) с пытом проведено в табл. I, откуда видно, что согласие хорошее.

Разложение (3,35) — (3,38) позволяет найти также пороговые значения B^+ [48, 49] и $\frac{\partial C^-}{\partial t}$, которые в рассматриваемом приближении выражаются через полюсные члены. Эти соотношения также хорошо согласуются с опытом. Предсказания для величин $\frac{\partial C^-}{\partial t}$, B^+ также удовлетворяют требованию независимости от выбора неполюсной части пропага-

Таблица I

Величина	Нуклонный вклад ($\nu=\mu$)	Вклад изобары ($\nu=\mu$)	Теоретическое предсказание	Экспериментальное значение	
				по [44]	по [46]
C^+	$-f^2\mu^2/m=-0,15$ *)	0	≈ 0	$-0,03$	$-0,13$
C^-	$f^2\mu^3/2m^2=0,01$	0	1,44	1,24	1,34
$B^-/2m$	$f^2\mu^2/2m^3=0,002$	$0,22\lambda^2=1,02$	—	0,75	0,84
$B^+/2m$	$-2f^2/\mu=-2,04$	$-0,10\lambda^2=-0,49$	$-2,53$	$-2,42$	$-2,41$
$\frac{\partial C^+}{\partial\nu}$	$2f^2\mu/m=0,30$	$0,63\lambda^2=2,92$	3,22	3,65	3,72
$\frac{\partial C^-}{\partial\nu}-\frac{C^-}{\nu}$	$-4f^2=-4,09$	$-0,14\lambda^2=-0,67$	$-4,76$	$-4,89$	$-4,75$
$\frac{\partial C^+}{\partial t}$	$\frac{f^2}{m}=0,15$	$0,17\lambda^2=0,78$	—	1,88	1,91
$\frac{\partial C^-}{\partial t}$	$-f^2/\mu\,(1+\mu/2m)=$ $=-1,10$	$-0,05\lambda^2=-0,23$	$-1,33$	$-1,42$	$-1,37$

*) Все величины приведены в системе единиц $\mu=\hbar=c=1$.

тора. Имеется в виду, что практически один и тот же результат возникает при их вычислении с помощью пропагатора (3,39) и дисперсионным методом в пренебрежении шириной изобары.

В случае амплитуд B^- и $\frac{\partial C^+}{\partial t}$ полюсные вклады определены неоднозначно и предсказаний для них получить не удается. В табл. I вклад изобары вычислен с помощью пропагатора (3,39) и приведен из соображений полноты. Наконец, величина $\frac{\partial C^+}{\partial\nu}$, как видно из табл. I, дается в основном вкладом изобары, который в данном случае находится однозначно. Однако относительную величину вклада изобары и отбрасываемых неполюсных членов в $\frac{\partial C^+}{\partial\nu}$ трудно оценить теоретически, и поэтому неясно, какова ожидаемая ошибка, связанная с пренебрежением неполюсными членами.

3.2.7. Таким образом, при рассмотрении амплитуды πN-рассеяния подтверждаются все три основные гипотезы (I, II, IV из введения), используемые в методе мягких пионов: а) возможность разложения амплитуды в ряд по импульсам π-мезонов, б) сохранение аксиального тока при $\mu^2=0$, в) предположение (3,27) о виде коммутатора аксиальных зарядов.

3.3. $\pi\pi$-рассеяние

В настоящем разделе рассматриваются следствия из гипотез I — IV для амплитуды $\pi\pi$-рассеяния. Схема рассмотрения примерно такая же, как и в случае πN-рассеяния. Особенностью является необходимость учета «полусильного» взаимодействия, нарушающего $SU(2)\otimes SU(2)$-симметрию. Основные результаты были получены в работе Вайнберга [16]; его же обзорный доклад на Венской конференции [50] можно рекомендовать для более детального ознакомления с вопросом и библиографией.

3.3.1 В этом, вводном, подразделе мы приведем необходимые сведения о феноменологических свойствах $\pi\pi$-рассеяния (более подробное изложение можно найти, например, в книге [51]).

Удовлетворяющая требованиям кроссинг-симметрии и изотопической инвариантности амплитуда процесса $\pi(q_1)+\pi(q_2)\to\pi(-q_3)+\pi(-q_4)$ имеет вид

$$T=(\varphi_1\varphi_2)(\varphi_3\varphi_4)A(q_1,q_2;q_3,q_4)+(\varphi_1\varphi_3)(\varphi_2\varphi_4)A(q_1,q_3;q_2,q_4)+\\+(\varphi_1\varphi_4)(\varphi_2\varphi_3)A(q_1,q_4;q_2,q_3),\quad (3,42)$$

где φ_i $(i=1,2,3,4)$ — изотопические волновые функции π-мезонов, $A(q_1,q_2;q_3,q_4)$ — инвариантная функция импульсов частиц, симметричная относительно перестановок $q_1\leftrightarrow q_2$; $q_3\leftrightarrow q_4$; $q_1\leftrightarrow q_3$, $q_2\leftrightarrow q_4$.

Предположим для $A(q_1,q_2;q_3,q_4)$ разложение по импульсам и ограничимся в этом разложении квадратичными членами (обсуждение этой гипотезы см. в п. 3.3.6 — 3.3.7). Тогда

$$A(q_1,q_2;q_3,q_4)=\alpha+\beta[(q_1+q_2)^2-\mu^2]+\gamma[q_1^2+q_2^2+q_3^2+q_4^2-3\mu^2],\quad (3,43)$$

где α, β, γ — коэффициенты разложения.

В рассматриваемом приближении отличны от нуля фазы рассеяния s-волн в состояниях с изотопическим спином $T=0,2$ $\delta_{0,2}$, p-волны δ_1, которые выражаются через инвариантные амплитуды процессов следующим образом:

$$E\delta_0/q=(1/32\pi)T_0=(1/32\pi)[3T(\pi^+\pi^-\to\pi^0\pi^0)+T(\pi^+\pi^+\to\pi^+\pi^+)]=\\=(\mu^2/32\pi)[7\beta+5g+8\beta(q^2/\mu^2)],\quad (3,44)$$

$$E\delta_2/q=(1/32\pi)T_2=(1/32\pi)T(\pi^+\pi^+\to\pi^+\pi^+)=\\=(\mu^2/16\pi)[g-\beta-2\beta(q^2/\mu^2)],\quad (3,45)$$

$$E\delta_1/q^3=T_1/96\pi q^2\cos\theta=(1/96\pi q^2\cos\theta)[2T(\pi^+\pi^0\to\pi^+\pi^0)-\\-T(\pi^+\pi^+\to\pi^+\pi^+)]=\beta/24\pi,\quad (3,46)$$

где E, q, θ — энергия, модуль трехмерного импульса и угол рассеяния в системе ЦИ, $g=\alpha+\gamma\mu^2$.

Введем длины рассеяния s- и p-волн $a_{0,2}$, a_1 и параметры b, характеризующие зависимость s-волн от энергии:

$$\left.\begin{aligned}E\delta_{0,2}/q&\approx\mu a_{0,2}+q^2b_{0,2},\\ E\delta_1/q^3&\approx a_1.\end{aligned}\right\}\quad (3,47)$$

3.3.2. Из предположения о квадратичном разложении амплитуды и кроссинг-симметрии следуют три соотношения для введенных выше параметров

$$\beta/4\pi=b_0=-2b_2=6a_1=(1/3\mu)(2a_0-5a_2).\quad (3,48)$$

Ни одно из этих соотношений не может быть в настоящее время проверено экспериментально.

3.3.3. Условие самосогласованности Адлера (см. раздел 3.1) приводит к обращению амплитуды в нуль, когда импульс одного из мезонов равен нулю, а остальные мезоны находятся на массовой поверхности. Это означает, что коэффициент α в формуле (3,43) должен равняться нулю:

$$\alpha=0.\quad (3,49)$$

Условие (3,49) само по себе не приводит к каким-либо соотношениям между наблюдаемыми величинами, в отличие от случая πN-рассеяния. Это связано с тем, что мы учитываем зависимость амплитуды от масс и в физической области в амплитуду входит только комбинация $\alpha + \gamma\mu^2$. Зависимость от масс нужно учитывать потому, что, как следует из формул (3,43), (3,49), вся амплитуда вблизи порога составляет величину порядка μ^2.

3.3.4. Для вывода следствий из гипотезы II нам удобно рассмотреть конкретный процесс $\pi^+(q_1)+\pi^0(q_2)\to\pi^0(-q_3)+\pi^+(-q_4)$, амплитуда которого равна

$$T(\pi^+\pi^0\to\pi^0\pi^+)=\beta[(q_1+q_2)^2-\mu^2]+\gamma[q_1^2+q_2^2+q_3^2+q_4^2-3\mu^2]. \quad (3,50)$$

Выберем $q_1=-q_3=q$, $q_2=-q_4=p$, $p^2=\mu^2$ и устремим q к нулю. Как и в случае πN-рассеяния, частичное сохранение аксиального тока дает при $q_0\to 0$ $(\mathbf{q}=0)$

$$(2\pi)^4\delta^4(0)\,T(\pi^+\pi^0\to\pi^0\pi^+)\underset{q\to 0}{\longrightarrow}$$
$$\underset{q\to 0}{\longrightarrow} ic^2\sqrt{2}\int dt\,\langle\pi^+|[A^3(t),\dot{A}^+(t)]+ik_0[A^3(t),A^+(t)]|\pi^0\rangle+(Ok^3) \quad (3,51)$$

Используя для коммутатора аксиальных зарядов выражение (1,4) $[A^3(t),A^+(t)]=V^3$ и соотношение $\langle\pi^+|\pi^+\rangle=2p_0(2\pi)^3\delta^3(0)$, получаем из сравнения формул (3,51) и (3,50)

$$\beta=2c^2, \quad (3,52)$$

$$(2\pi)^4\delta^4(0)\,\gamma\mu^2=ic^2\sqrt{2}\int dt\,\langle\pi^+|[\dot{A}^3(t),A^+(t)]|\pi^0\rangle. \quad (3,53)$$

Соотношение (3,52) определяет абсолютную величину параметров, входящих в равенства (3,48).

3.3.5. Таким образом, после использования тех же гипотез, что и при рассмотрении амплитуды πN-рассеяния, в разложении (3,43) остался неизвестным один коэффициент γ. Для безмассовых π-мезонов этот коэффициент не входит в выражение для амплитуды на массовой поверхности. При $\mu^2\neq 0$ это не так, что связано с нарушением $SU(2)\otimes SU(2)$-симметрии. Как уже отмечалось, при энергиях порядка массы π-мезона член, пропорциональный γ в формуле (3,43), вносит, вообще говоря, существенный вклад.

Коэффициент γ определяется из дополнительного предположения (2,18) о свойствах нарушающего $SU(2)\otimes SU(2)$-симметрию взаимодействия: $[\dot{A}^i(t), A^k(t)]\sim\delta^{ik}$. Тогда $[\dot{A}^3(t),A^+(t)]=0$ и

$$\gamma=0, \quad (3,54)$$

что вместе с условием (3,49) приводит к следующему соотношению:

$$7a_2=-2a_0. \quad (3,55)$$

Для длин рассеяния $a_{0,2}$ окончательно получаем

$$a_0=0{,}2\mu^{-1}, \quad a_2=-0{,}06\mu^{-1}. \quad (3,56)$$

3.3.6. Отметим, что, хотя длины рассеяния малы, s-волновые фазы согласно формулам (3,44), (3,45) быстро растут с энергией. Так, при полной энергии 500 *Мэв* δ_0 составляет $\sim 35°$. Однако следует иметь в виду, что мы всюду пренебрегали мнимой частью амплитуды $\pi\pi$-рассеяния, которая при $\delta_0=35°$ не мала. Поэтому этот результат может рассматриваться только как оценка величины δ_0.

Имеющиеся экспериментальные данные, по-видимому, приводят к большим ($a_0\sim 1\mu^{-1}$) длинам $\pi\pi$-рассеяния, что противоречит предсказанию (3,56). Значения фаз рассеяния были получены из анализа реакций $\pi N \to 2\pi N$ [52], распадов $K \to 3\pi$ [53], $K \to 2\pi e\nu$ [54]. Неясно, однако, насколько надежны данные о длинах рассеяния, полученные этими косвенными методами.

3.3.7. В заключение сделаем несколько замечаний по поводу использованных при выводе соотношений (3,56) гипотез. Основным является предположение о представлении амплитуды в виде полинома (3,43). Оно означает, в частности, пренебрежение вкладом пороговых особенностей, что допустимо только при малых длинах рассеяния. Поэтому судить о справедливости гипотез I — III путем сравнения полученных в этом разделе теоретических предсказаний с опытом можно только в том случае, если экспериментально длины рассеяния действительно окажутся малыми. Напомним, что в случае πN-рассеяния условие малости длин рассеяния было выполнено.

Разложение (3,43) может нарушаться также, если амплитуда имеет полюс на расстоянии $\sim\mu$ от порога. Ширина соответствующего резонанса могла бы быть тоже порядка μ. Отметим, что сильное s-волновое взаимодействие π-мезонов не сказалось бы на уже известных нам предсказаниях для амплитуды πN-рассеяния. Действительно, это взаимодействие существенно учитывать только при вычислении величины $\frac{\partial C^+}{\partial t}$, для которой мы не смогли получить никаких предсказаний.

4. ФОТО- И ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЕ π-МЕЗОНОВ

В этой главе мы переходим к рассмотрению процессов, обусловленных электромагнитными или слабыми взаимодействиями. Основное отличие от сильных процессов заключается в том, что эти взаимодействия нарушают $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрию даже в пределе $\mu^2 = 0$.

В дальнейшем мы будем часто пользоваться редукционной формулой для электромагнитного или слабого процесса $A \to B\pi$

$$M \equiv \langle B\pi \,|\, \mathscr{H}(0) \,|\, A\rangle = -i \int dx e^{iqx} (\Box - \mu^2) \langle B \,|\, T\{\mathscr{H}(0)\, \varphi(x)\} \,|\, A\rangle, \qquad (4,1)$$

где $\mathscr{H}$ — гамильтониан взаимодействия. Выполняя такие же действия, как и при выводе формулы (3,23), получаем для значения амплитуды M при равном нулю импульсе π-мезона

$$M \underset{q\to 0}{\longrightarrow} ic \int dx e^{iqx} \langle B \,|\, T\{\partial_\mu a_\mu(x)\, \mathscr{H}(0)\} \,|\, A\rangle =$$
$$= ic \langle B \,|\, [\mathscr{H}(0), A(0)] \,|\, A\rangle + c q_\mu \int dx e^{iqx} \langle B \,|\, T\{a_\mu(x)\, \mathscr{H}(0)\} \,|\, A\rangle, \qquad (4,2)$$

т. е. амплитуда в этой точке выражается через коммутатор аксиального заряда A с гамильтонианом (во втором слагаемом надо учесть лишь полюсные вклады). Используя определенные предположения о виде этих коммутаторов и экстраполяционные формулы для амплитуды, можно, исходя из равенства (4,2), получать предсказания для измеряемых на опыте величин.

4.1. Фоторождение π-мезонов

В этом разделе рассматривается амплитуда фоторождения π-мезонов на нуклонах вблизи порога. В п. 4.1.1 доказана теорема Кроля — Рудермана [9], согласно которой амплитуда фоторождения с точностью до (удерживаемых) членов нулевого порядка по импульсу фотона k описывается полюсными и контактной диаграммами. Это утверждение является частным случаем теоремы Лоу [10], в доказательстве которой мы будем следовать работе [18]. В п. 4.1.2 показано, что из сохранения аксиального тока следует обращение в нуль линейных по импульсу фотона или π-мезона членов в неполюсной части амплитуды [55, 18]. В п. 4.1.3 проводится сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными.

4.1.1. Для определенности рассмотрим реакцию рождения π^+-мезона на протоне

$$\gamma + p \to n + \pi^+. \tag{4,3}$$

Амплитуда этого процесса записывается в виде

$$T(\gamma p \to n\pi^+) = e\varepsilon_\mu M_\mu = -e\varepsilon_\mu \langle n\pi^+ | j_\mu(0) | p \rangle, \tag{4,4}$$

где ε_μ — вектор поляризации γ-кванта, $j_\mu(0)$ — оператор электромагнитного тока адронов, $e^2/4\pi = 1/137$.

В матричном элементе M_μ удобно выделить вклады полюсных графиков (рис. 3): нуклонных M_μ^p и M_μ^n, π-мезонного M_μ^π, а также контактный

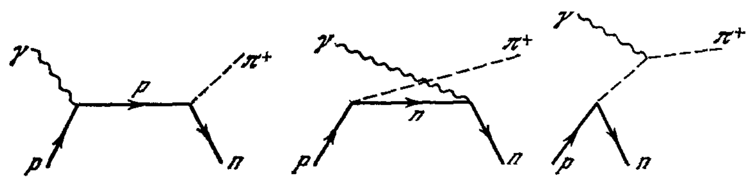

Рис. 3.

член M_μ^c, который получается из псевдовекторной πNN-вершины заменой $\partial_\mu \to \partial_\mu + ieA_\mu$:

$$M_\mu = M_\mu^p + M_\mu^n + M_\mu^\pi + M_\mu^c + \widetilde{M}_\mu. \tag{4,5}$$

Явные выражения для этих вкладов имеют следующий вид:

$$M_\mu^p = if\sqrt{2}\,\bar{u}_2\hat{q}\gamma_5(\hat{p}_2 + \hat{q} - m)^{-1}[\gamma_\mu - (k^p/2m)\sigma_{\mu\nu}k_\nu]u_1, \tag{4,6}$$

$$M_\mu^n = -if\sqrt{2}\,\bar{u}_2[-(k^n/2m)\sigma_{\mu\nu}k_\nu](\hat{p}_1 - \hat{q} - m)^{-1}\hat{q}\gamma_5 u_1, \tag{4,7}$$

$$M_\mu^\pi = -if\sqrt{2}[(q-k)^2 - \mu^2]^{-1}(2q-k)_\mu \bar{u}_2(\hat{q} - \hat{k})\gamma_5 u_1, \tag{4,8}$$

$$M_\mu^c = if\sqrt{2}\,\bar{u}_2\gamma_\mu\gamma_5 u_1, \tag{4,9}$$

где p_1, p_2 — импульсы начального и конечного нуклонов, q — импульс π-мезона, $k^{p,\,n}$ — аномальные магнитные моменты протона и нейтрона.

Содержание теоремы Кроля — Рудермана сводится к тому, что матричный элемент $\widetilde{M}_\mu$ линеен по импульсу фотона и, если считать этот импульс на пороге малым, членом $\widetilde{M}_\mu$ в формуле (4,5) можно пренебречь. Доказательство основано только на требовании поперечности вершины испускания фотона. Легко убедиться, что сумма полюсных и контактных членов отдельно удовлетворяет условию поперечности, поэтому должно выполняться равенство $k_\mu \widetilde{M}_\mu = 0$. Разложим $\widetilde{M}_\mu$ в ряд по импульсу фотона k. Поскольку все сингулярные при $k \to 0$ вклады в амплитуду выделены, величина $\widetilde{M}_\mu(0)$ должна быть конечной. Тогда из ортогональности постоянного вектора $\widetilde{M}_\mu(0)$ и произвольного вектора k_μ следует, что $\widetilde{M}_\mu(0) = 0$. Иными словами, разложение $\widetilde{M}_\mu$ начинается с линейных по k членов.

Оставляя только первые четыре члена в выражении (4,5), мы можем с некоторой точностью вычислять сечения фоторождения. Точность предсказания можно улучшить, если воспользоваться, как и в случае πN-рассеяния, свойствами амплитуды относительно преобразования кроссинга. Для того чтобы формфакторы имели определенную четность относительно преобразования кроссинга, необходимо рассмотреть сумму M_μ^+ и разность M_μ^- амплитуд фоторождения π^+-мезонов на протонах и π^--мезонов на нейтронах. Кроссинговые свойства амплитуд рождения нейтральных мезонов такие же, что и для суммы амплитуд рождения заряженных мезонов.

Разложение $\widetilde{M}_\mu$ по инвариантным амплитудам задается четырьмя независимыми формфакторами V_i $(i=1, 2, 3, 4)$:

$$\widetilde{M}_\mu = \sum_{i=1}^{4} V_i \bar{u}_2 O_\mu^i u_1,$$

где

$$\left.\begin{aligned} O_\mu^1 &= \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} k_\nu, & \eta_1 &= +1, \\ O_\mu^2 &= \gamma_5 [(p_1+p_2)_\mu (qk) - q_\mu (k, p_1+p_2)], & \eta_2 &= +1, \\ O_\mu^3 &= \gamma_5 [\gamma_\mu (qk) - q_\mu \hat{k}], & \eta_3 &= -1, \\ O_\mu^4 &= -i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \gamma_\nu k_\rho q_\sigma, & \eta_4 &= +1. \end{aligned}\right\} \qquad (4,10)$$

Формфакторы V_i зависят от инвариантных переменных $t=(k-q)^2$ и $\nu=(k+q)(p_1+p_2)/4m$. Числа η_i дают четность соответствующих формфакторов относительно преобразований кроссинга:

$$V_i^\pm(\nu, t) = \pm\, \eta_i V_i^\pm(-\nu, t).$$

Из формул (4,10) следует, что в линейном по k и q приближении для амплитуды фоторождения следует учитывать только вклад формфактора V_1^+, причем этот вклад одинаков в случае рождения π^+- и π^--мезонов. Члены нулевого порядка имеют разные знаки, и поэтому коэффициент $V_1^+(0, 0)$ выпадает из выражения для суммы сечений рождения заряженных мезонов [49, 9]:

$$\left\{\frac{k}{|\mathbf{q}|}\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p \to n\pi^+) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma n \to p\pi^-)\right]\right\}_{\mathbf{q}\to 0} = \frac{\alpha}{4\pi}\frac{f^2 m^2}{(m+\mu)^2}, \qquad (4,11)$$

где быстро меняющийся множитель $k/|\mathbf{q}|$ в левой части равенства (4,11) связан с фазовым объемом (k и $|\mathbf{q}|$ — модули трехмерных импульсов фотона и π-мезона в системе ЦИ).

4.1.2. До сих пор мы пользовались только калибровочной инвариантностью. Покажем, что из сохранения аксиального тока следует равенство нулю $V_1^+(0, 0)$.

Для этого воспользуемся формулой (4,2), где вместо $\mathscr{H}(0)$ следует подставить в рассматриваемом случае $j_\mu(0)$. Для коммутатора тока с аксиальным током предположим (см. гл. 1)

$$[A^-(0), j_\mu(0)] = a_\mu^-(0). \qquad (4,12)$$

Для предельного значения амплитуды при $q\to 0$ получаем из формул (4,2), (4,5), (4,12) и (2,5)

$$M_\mu^\pi + M_\mu^c - \widetilde{M}_\mu \underset{q\to 0}{\longrightarrow} if\sqrt{2}\,\bar{u}_2\{\gamma_\mu\gamma_5 - [k_\mu \hat{k}/(k^2-\mu^2)]\,\gamma_5\}\,u_1, \qquad (4,13)$$

где учтено, что нуклонные полюсные вклады в амплитуду фоторождения и во второй член в формуле (4,2) совпадают между собой.

Из явного вида M_μ^π, M_μ^c (4,8), (4,9) следует, что

$$\widetilde{M}_\mu \xrightarrow[q\to 0]{} 0, \quad V_1(q=0)=0. \tag{4,14}$$

Иначе этот результат можно сформулировать как предсказание об относительной малости величины V_1^+ по сравнению с V_1^-,

$$V_1^+/V_1^- \ll 1, \tag{4,15}$$

так как разложение V_1^+ в силу соотношения (4,14) начинается с квадратичных по импульсам членов, а V_1^- только линейно по k и q. Формулировка (4,15) аналогична предсказанию (3,34) о величине отношения изотопически-четной и нечетной длин рассеяния.

Используя соотношение (4,14), можно вычислить с точностью до квадратичных членов не только сумму сечений рождения заряженных мезонов, но и каждое из этих сечений в отдельности, а также амплитуду рождения нейтральных мезонов, которая согласно теореме Кроля — Рудермана содержит только члены первого и более высокого порядка по k.

Отметим, что соотношение (4,2) для коммутатора аксиального заряда и электромагнитного тока эквивалентно предположению о минимальности электромагнитных взаимодействий [41]. Чтобы убедиться в этом, запишем амплитуду фоторождения несколько иначе, чем в равенстве (4,2):

$$(2\pi)^4\delta^4(p_1+k-p_2-q)\,T(\gamma p\to n\pi^+) = \\ = -\int dx e^{iqx}(\Box-\mu^2)\langle n|\varphi^-(x)|\gamma p\rangle, \tag{4,16}$$

где мы воспользовались редукционной формулой по π-мезонному полю. Поскольку в процессе участвует γ-квант, гипотезу частичного сохранения аксиального тока (2,12) надо записать с учетом электромагнитных взаимодействий в первом порядке по заряду. Предположение о минимальности электромагнитных взаимодействий приводит к замене в формуле (2,12) $\partial a_\mu^\pm$ на $\partial_\mu a_\mu^\pm \pm eA_\mu a_\mu^\pm$, после чего получаем

$$(2\pi)^4\delta^4(0)\,T(\gamma p\to n\pi^+) \xrightarrow[q\to 0]{} -iec\int dx e^{-iqx}\langle n|A_\mu(x)\,a_\mu^-(x)|\gamma p\rangle - \\ -icq_\mu\int dx e^{-iqx}\langle n|a_\mu^-(x)|\gamma p\rangle, \tag{4,17}$$

что, как легко убедиться, тождественно с прежним результатом (4,13).

4.1.3. Перейдем теперь к сравнению полученных результатов с опытом. Теоретическое и экспериментальное значения сечения рождения π^+-мезонов на пороге равны соответственно

$$\left\{\frac{k}{|\mathbf{q}|}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p\to n\pi^+)\right\}_{\text{теор}} = 15{,}5\ \text{мкбарн/стер}^{56}, \tag{4,18}$$

$$\left\{\frac{k}{|\mathbf{q}|}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p\to n\pi^+)\right\}_{\text{эксп}} = (15{,}6\pm 0{,}5)\ \text{мкбарн/стер}^{57} \tag{4,19}$$

и прекрасно согласуется между собой.

Также хорошо подтверждается предсказание о величине отношения пороговых сечений рождения π^+- и π^--мезонов:

$$\left\{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma n\to p\pi^-)\Big/\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p\to n\pi^+)\right\}_{\text{теор}} = 1{,}3^{56}, \tag{4,20}$$

$$\left\{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma n\to p\pi^-)\Big/\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p\to n\pi^+)\right\}_{\text{эксп}} = 1{,}265\pm 0{,}075^{57}. \tag{4,21}$$

Следует, однако, оговорить, что в силу равенства (4,11) только одно из предсказаний (4,18), (4,20) может рассматриваться как следствие алгебры токов, поскольку сумма сечений рождения $\pi^{\pm}$-мезонов определяется только из калибровочной инвариантности и гипотезы о возможности разложения амплитуды в ряд по импульсам.

Большой интерес представляет сравнение с опытом предсказания о величине сечения рождения нейтральных пионов, которое определяется линейными членами и не может быть вычислено без использования результата (4,14). Согласно имеющимся экспериментальным оценкам [58]

$$\left\{\lim_{\mathbf{q}\to 0}\left[\frac{k}{|\mathbf{q}|}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p\to p\pi^0)\right]\right\}_{\text{эксп}}=\begin{pmatrix}0{,}07\pm 0{,}02\\ 0{,}06\pm 0{,}04\end{pmatrix}\ \textit{мкбарн/стер},\qquad(4{,}22)$$

в то время как теоретическое значение равно

$$\left\{\lim_{\mathbf{q}\to 0}\left[\frac{k}{|\mathbf{q}|}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p\to p\pi^0)\right]\right\}_{\text{теор}}=0{,}18\ \textit{мкбарн/стер}.\qquad(4{,}23)$$

Следует, однако, иметь в виду, что при экспериментальном определении сечения используется экстраполяция данных, полученных при таких энергиях, когда вклад p-волны по крайней мере на порядок превышает интересующий нас вклад амплитуды s-волны.

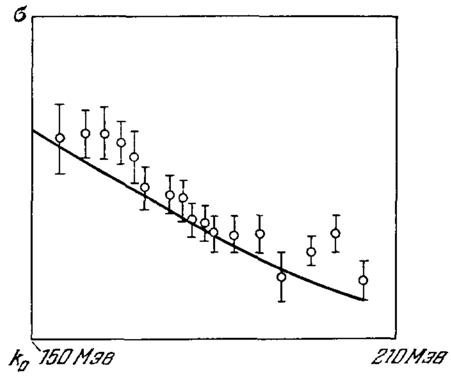

Рис. 4.

Если удерживать в амплитуде члены нулевого порядка, то с такой точностью можно найти не только пороговое значение сечения, но и ход сечения с энергией вблизи порога. На рис. 4, заимствованном из работы [56], теоретическая кривая (сплошная линия) сравнивается с экспериментальными данными. Поскольку члены нулевого порядка определяются из требования калибровочной инвариантности, сравнение этого предсказания с опытом проверяет только возможность разложения амплитуды в ряд. Учитывать линейные члены при вычислении хода сечения с энергией нельзя, потому что мы не рассмотрели вклада изобары, который составляет величину того же порядка, что и линейные члены. При вычислении порогового значения сечения — амплитуды s-волны — учет изобары несуществен.

Таким образом, из сравнения с опытом следует, что основные черты фоторождения при низких энергиях удовлетворительно описываются теорией. Однако наиболее интересное для нас соотношение (4,14) не может быть проверено на основе имеющихся экспериментальных данных.

4.2. Электророждение π-мезонов

В этом разделе получены теоретические предсказания для амплитуды электророждения π-мезонов при условии малости относительного трехмерного импульса конечного нуклона и мезона. В п. 4.1.1—4.1.2 рассматривается случай небольшого переданного лептонам импульса, а в п. 4.2.3— случай, когда этот импульс относительно велик, порядка *Гэв/с*.

4.2.1. В однофотонном приближении амплитуда электророждения записывается в виде

$$\left.\begin{aligned} T(e^- p \to e^- n\pi^+) &= (4\pi\alpha/k^2)\, \bar{v}_2 \gamma_\mu v_1 M_\mu, \\ M_\mu &= -\langle n\pi^+ \,|\, j_\mu(0) \,|\, p\rangle, \end{aligned}\right\} \qquad (4,24)$$

где $v_{1,\,2}$ — волновые функции начального и конечного электронов, k — переданный электрону импульс (импульс виртуального фотона).

Если переданный лептону импульс мал, порядка μ, то амплитуду электророждения можно разложить в ряд по k и q. Из полученных в предыдущем разделе результатов следует, что вплоть до линейных по k и q членов матричный элемент M_μ дается суммой полюсных и контактной диаграмм. Явные выражения для вкладов этих диаграмм приведены в формулах (4,6) — (4,9). В этом приближении амплитуды фоторождения и электророждения не отличаются друг от друга.

4.2.2. Ясно, что для того чтобы получить предсказания, специфические для амплитуды электророждения, нужно рассмотреть ее зависимость от k^2. Согласно соотношениям (4,2), (4.12) члены, пропорциональные k^2 в разложении неполюсной части $\tilde{M}_\mu$, выражаются через производную по k^2 от аксиального формфактора нуклона $g(k^2)$. Зависимость от k^2 полюсных графиков связана с электрическими радиусами частиц.

Поэтому во втором порядке по k и q теоретически неопределенными остаются только члены, пропорциональные одновременно k и q. Однако эти члены одинаковы, в принятом приближении, в случае фото- и электророждения. Поэтому при изучении процесса электророждения члены, пропорциональные одновременно и k, и q, можно учитывать феноменологически, выразив их через величины $\left(V_3,\ V_4,\ \frac{\partial V_1}{\partial \nu}\right)_{q=0}$.

Имея в виду эти замечания, легко получить выражение для матричного элемента M_μ, справедливое с точностью до членов второго порядка по k и q включительно [38]:

$$\begin{aligned} M_\mu = -if\sqrt{2}\,\bar{u}_2 \{\hat{q}\gamma_5 (\hat{p}_2 + \hat{q} - m)^{-1} [\gamma_\mu (1 + F'_p(0)\, k^2) - (k^p/2m)\, \sigma_{\mu\nu} k_\nu] + \\ + [\gamma_\mu F'_n(0)\, k^2 - (k^n/2m)\, \sigma_{\mu\nu} k_\nu]\, (\hat{p}_1 - \hat{q} - m)^{-1}\, \hat{q}\gamma_5 + \\ + (\hat{q} - \hat{k})\, \gamma_5 [(q-k)^2 - \mu^2]^{-1} [(2q-k)_\mu + 2F'_\pi(0)\, (q_\mu k^2 - k_\mu (kq))] - \\ - \gamma_\mu\gamma_5 - [F'_p(0) - F'_n(0)]\, k_\mu \hat{q}\gamma_5 - (g'(0)/g_A)\, \gamma_5 (k_\mu \hat{k} - \gamma_\mu \hat{k})\}\, u_1 - \\ - i\bar{u}_2 \left[V_4(0)\, \varepsilon_{\mu\nu\sigma\rho} \gamma_\nu k_\rho q_\sigma + iV_3(0)\, \gamma_5 (\gamma_\mu (qk) - q_\mu \hat{k}) + i\nu \frac{\partial V_1}{\partial \nu} \gamma_5 \sigma_{\mu\xi} k_\xi\right] u_1, \qquad (4,25) \end{aligned}$$

где $F'_\pi(0)$, $F'_p(0)$, $F'_n(0)$ — значения производных по k^2 при $k^2 = 0$ от электрических формфакторов π-мезона, протона и нейтрона соответственно. Заметим, что формула (4,25) применима только для рождения π-мезона в s-волне, поскольку мы не рассмотрели вклада изобары. В этом случае вкладом формфактора V_4 можно пренебречь.

4.2.3. Для малых импульсов виртуального фотона проверка следствий из сохранения аксиального тока затрудняется тем, что главная часть матричного элемента определяется из одного требования калибровочной инвариантности. Однако в случае электророждения можно отбирать такие события, когда родившийся π-мезон покоится относительно конечного нуклона, а k велико. Тогда сохранение электромагнитного тока не позволяет найти амплитуду с какой-либо точностью, а формула (4,2) определяет матричный элемент M_μ с точностью до членов, линейных по малому импульсу q [60]:

$$M_\mu = i\,[g(k^2)/g_A]\, f\sqrt{2}\,\bar{u}_2\,[\gamma_\mu - (k_\mu \hat{k}/k^2)]\,\gamma_5 u_1 -$$
$$- if\sqrt{2}\,\bar{u}_2\,\{\hat{q}\gamma_5(\hat{p}_2+\hat{q}-m)^{-1}\,[\gamma_\mu F_1^p(k^2) - {}^1/_2 m\sigma_{\mu\nu}k_\nu F_2^p(k^2)] +$$
$$+ [\gamma_\mu F_1^n(k^2) - {}^1/_2 m\sigma_{\mu\nu}k_\nu F_2^n(k^2)]\,(\hat{p}_1-\hat{q}-m)^{-1}\hat{q}\gamma_5\}\,u_1, \qquad (4{,}26)$$

где $F_{1,\,2}^{p,\,n}(k^2)$ — зарядовые и магнитные формфакторы протона и нейтрона, $g(k^2)$ — аксиальный формфактор. Отметим, что выражение (4,26) поперечно только с точностью до отброшенных членов, линейных по q. При вычислении M_μ следовало бы, вообще говоря, также учитывать отдельно вклад изобары $N^*(1236)$. Однако этот вклад на пороге рождения мезона оказывается численно малым, порядка 10%.

Соотношение (4,26), вообще говоря, применимо при любых k^2. Однако в области асимптотически больших k^2, когда формфакторы $F_{1,2}^{p,n}(k^2)$ становятся малыми, может случиться, что линейные по q члены падают с ростом k^2 медленнее, их учет становится существенным и равенство (4,26) нарушается.

Полная проверка соотношения (4,26), по-видимому, затруднительна прежде всего из-за необходимости предварительного определения аксиального формфактора $g(k^2)$. Можно поэтому попытаться обратить задачу и рассмотреть формулу (4,26) как основу для экспериментального определения $g(k^2)$ в опытах по электророждению. Справедливость же предположения о разложимости амплитуды в ряд по импульсу q могла бы быть проверена путем сравнения с опытом предсказания для сечения образования нейтральных π-мезонов, которое в рассматриваемом приближении выражается только через вклад полюсных графиков и не содержит не известных в настоящее время величин. Кроме того, формула (4,26) накладывает серьезные ограничения на спиновую структуру амплитуды рождения заряженных π-мезонов, что также открывает возможности для проверки соотношения (4,26).

5. ЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ K-МЕЗОНОВ

В этой главе рассматриваются следующие процессы: $K \to l\nu$ (K_{l2}-распады), $K \to \pi l\nu$ (K_{l3}-распады), $K \to \pi\pi e\nu$ (K_{e4}-распады), где l обозначает мюон или электрон, ν — нейтрино.

В п. 5.1 содержатся необходимые сведения из феноменологии этих распадов, подробное изложение которой можно найти в работах[22, 30, 61]. В пп. 5.2—3 получены теоретические предсказания для формфакторов, описывающих K_{l3}- и K_{e4}-распады [62, 63]. В п. 5.4 обсуждаются экстраполяционные формулы для формфакторов, а в п. 5.5 полученные результаты сравниваются с опытом.

5.1. Феноменология лептонных распадов K-мезонов [22, 30, 61]

Лептонные распады K-мезонов обусловлены слабым током адронов с изменением странности i_μ^S. Обычно считается, что i_μ^S является компонентой изотопического спинора.

5.1.1. K_{l2}-распад. Матричный элемент этого распада определяется одной константой f_K:

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}}\,\langle 0\,|\,i_\mu^S\,|\,K\rangle\,\bar{u}_\nu\gamma_\mu(1+\gamma_5)\,u_l, \quad \langle 0\,|\,i_\mu^S\,|\,K\rangle = if_K p_\mu, \qquad (5{,}1)$$

где u_ν, u_l — волновые функции лептонов, p_μ — импульс K-мезона, $G = (1{,}01 \pm 0{,}01)\cdot 10^{-5} m_p^{-2}$. Вероятность $K_{\mu 2}$-распада связана с f_K следующим образом:

$$w(K^+ \to \mu^+\nu) = (G^2 f_K^2/8\pi)\, m_\mu^2 m_K [1-(m_\mu^2/m_K^2)]^2. \qquad (5{,}2)$$

5.1.2. K_{l3}-распады. Матричные элементы K_{l3}-распадов описываются двумя независимыми функциями $f_\pm(k^2)$, где k^2 — квадрат переданного лептонам импульса:

$$M = G/\sqrt{2}\,\langle\pi\,|\,i_\mu^S\,|\,K\rangle\,\bar{u}_\nu\gamma_\mu(1+\gamma_5)\,u_l, \qquad (5{,}3)$$

$$\langle\pi^-\,|\,i_\mu^S\,|\,K^0\rangle = \sqrt{2}\,\langle\pi^0\,|\,i_\mu^S\,|\,K^+\rangle = -[f_+(k^2)(p+q)_\mu + f_-(k^2)(p-q)_\mu],$$

где p, q — импульсы K- и π-мезонов. Вклад формфактора f_- в амплитуду пропорционален массе лептона, и в случае K_{l3}-распада им можно пренебречь. Если предположить дополнительно, что функция $f_+(k^2)$ не зависит от своего аргумента в рассматриваемой области ($0 < k^2 < (m_K - \mu)^2$), то измерение полной вероятности K_{l3}-распада позволяет найти величину f_+

$$w(K^+ \to \pi^0 e^+\nu) = (G^2 f_+^2 m_K^5/2\cdot 768\pi^3)\, 0{,}58. \qquad (5{,}4)$$

Отношение f_-/f_+, которое обычно обозначается через ξ, можно найти из вероятности $K_{\mu 3}$-распада (два решения) либо из поляризационных опытов.

5.1.3. K_{e4}-распады. Матричный элемент записывается в виде

$$\left.\begin{aligned} &M = (G/\sqrt{2})\,\langle\pi\pi\,|\,i_\mu^S\rangle\,|\,K\rangle\,\bar{u}_\nu\gamma_\mu(1+\gamma_5)\,u_l,\\ &\langle\pi^+\pi^-\,|\,i_\mu^S\,|\,K^+\rangle = -i\,\{(q_+ + q_-)_\mu f_1 + (q_+ - q_-)_\mu f_2 +\\ &\qquad + (p - q_+ - q_-)_\mu f_3 + i f_4 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_\nu q_\rho^+ q_\sigma^-\}, \end{aligned}\right\} \qquad (5{,}5)$$

где p, q_+, q_- — импульсы K^+-, π^+-, π^--мезонов соответственно и опущены аргументы функций $f_1, \ldots, f_4$. Вклад формфакторов f_3, f_4 в вероятность распада численно подавлен, и если считать f_1 и f_2 константами, для вероятности распада можно получить

$$w(K^+ \to \pi^+\pi^- e^+\nu) = (G^2 m_K^7/2^{10}\cdot 360\pi^5)\,(f_1^2\cdot 0{,}0296 + f_2^2\cdot 0{,}0029). \qquad (5{,}6)$$

Отношение f_1/f_2 определяется из анализа угловых распределений.

5.2. Значение амплитуд K_{l3}- и K_{e4}-распадов при равном нулю импульсе π-мезона определяется формулой (4,2), где вместо $\mathscr{H}$ следует подставить оператор i_μ^S. Поскольку π-мезон не может быть испущен из внешней, в данном случае K-мезонной линии, второй член в правой части равенства (4,2) равен нулю. Для коммутаторов тока i_μ^S с генераторами группы $SU(2)\otimes SU(2)$ мы предполагаем (см. введение)

$$[V^i - A^i,\ i_\mu^S] = 0. \qquad (5{,}7)$$

С учетом этого равенства соотношение (4,2) приводит к следующему предельному значению для матричного элемента $K_{\mu 3}^+$-распада:

$$\lim_{q\to 0}\langle\pi^0\,|\,i_\mu^S\,|\,K^+\rangle = ic\sqrt{2}\,\langle 0\,|\,[i_\mu^S,\ V^3]\,|\,K^+\rangle = \\ = (ic/\sqrt{2})\,\langle 0\,|\,i_\mu^S\,|\,K^+\rangle = -c f_K p_\mu/\sqrt{2}, \qquad (5{,}8)$$

где мы подействовали генератором изотопической группы V^3 на обкладки *) и воспользовались определением (5,1). Из соотношения (5,8) следует, что

$$f_+(m_K^2)+f_-(m_K^2)=cf_K. \qquad (5,9)$$

Аналогично для формфакторов K_{e4}-распада получаем

$$f_3|_{q_+=0}=0, \qquad (5,10)$$

$$(f_1-f_2)_{q_+=0}=0, \qquad (5,11)$$

$$(f_1+f_2)_{q_-=0}=2cf_+, \qquad (5,12)$$

$$f_3|_{q_-=0}=c(f_++f_-). \qquad (5,13)$$

5.3. Чтобы условия (5,9) — (5,13) давали предсказания для амплитуды в физической области распадов, нужно воспользоваться какими-то экстраполяционными формулами для формфакторов. Простейшей возможностью является следующая: величины $f_\pm$, f_1, f_2 не зависят от своих аргументов, а формфактор f_3 представляет собой константу плюс вклад диаграммы с блоком πK-рассеяния, представленной на рис. 5 (эта диаграмма дает вклад только в f_3). Поясним последнее предположение. Изотопически-нечетная часть амплитуды πK-рассеяния может быть вычислена точно так же, как в разделе 3.2 была вычислена изотопически-нечетная часть амплитуды πN-рассеяния. Нетрудно убедиться, что вклад диаграммы рис. 5 в f_3 равен

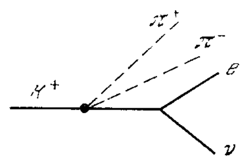

Рис. 5.

$$-(1/2)\,c^2f_K\,[(q_+-q_-)(2p-q_+-q_-)]/\,[(p-q_+-q_-)^2-m_K^2]. \qquad (5,14)$$

Из этого выражения видно, что в зависимости от того, стремится ли к нулю импульс q_+ или q_-, этот вклад варьируется на c^2f_K, что, согласно равенствам (5,9), (5,13), сравнимо с величиной f_3. Более того, если из соотношения (5,13) определить постоянную часть f_3, то соотношение (5,10) сразу следует из предположения о том, что вся зависимость f_3 от импульсов связана с вкладом (5,14) и, таким образом, гипотезы о виде экстраполяционной формулы и коммутатора тока $\overset{S}{i_\mu}$ с векторными и аксиальными зарядами оказываются самосогласованными.

Окончательно, простейшее решение для формфакторов f таково:

$$1+\xi=cf_K/f_+,\ \ f_1=f_2=cf_+,\ \ f_3=(c^2f_K/2)-\{(q_+-q_-)\,p/2\,[(p-q_+-q_-)^2-m_K^2]\}; \qquad (5,15)$$

величина f_+ остается неопределенной и должна быть взята из опыта.

5.4. Подчеркнем, что вопрос о виде экстраполяционных формул не может быть решен теоретически в рамках рассматриваемых гипотез. Поэтому предположение о постоянстве формфакторов $f_\pm$, f_1, f_2 отнюдь не является обязательным и вызвано скорее недостатком экспериментальных данных и желанием получить предсказания, которые, хотя бы грубо, можно сравнивать с опытом. В настоящее время есть только экспериментальные оценки зависимости f_+ от k^2 [64]

$$f_+(k^2)\approx f_+(0)\,[1+0{,}023\,(k^2/\mu^2)]. \qquad (5,16)$$

*) Фазовые множители выбраны таким образом, что $V^+|K^+\rangle=V^-|K^0\rangle=0$, $V^\pm|K^{\overset{0}{+}}\rangle=|K^{\overset{+}{0}}\rangle$, $V^3|K^\pm\rangle=\pm|K^\pm\rangle/2$; $V^\pm|\pi^\pm\rangle=0$, $V^\pm|\pi^0\rangle=\mp\sqrt{2}|\pi^\pm\rangle$, $V^\pm|\pi^\mp\rangle=\pm\sqrt{2}|\pi^0\rangle$, $V^3|\pi^0\rangle=0$, $V^3|\pi^\pm\rangle=\pm|\pi^\pm\rangle$. Отметим, что часто используется (в частности, в книге [22]) выбор фаз, отличающийся знаком состояния $|\pi^+\rangle$.

Видно, что при изменении k^2 от 0 до m_K^2 f_+ меняется примерно на 30%. Ясно, что эффекты такого порядка было бы желательно учесть

5.5. Перейдем к сравнению решения (5,15) для формфакторов K_{l3}- и K_{e4}-распадов с опытом. Если принять вероятность распада $K^+ \to \mu^+\nu$ равной $4{,}0 \cdot 10^6$ *сек*$^{-1}$, то для вероятности распада $K^+ \to \pi^+\pi^-e^+\nu$ получаем

$$w(K^+ \to \pi^+\pi^-e^+\nu)_{\text{теор}} = 1{,}6 \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}, \qquad (5,17)$$

что следует сравнивать с экспериментальным значением

$$w(K^+ \to \pi^+\pi^-e^+\nu)_{\text{эксп}} = (2{,}6 \pm 0{,}3) \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}. \qquad (5,18)$$

Расхождение теории с опытом составляет таким образом, примерно 30% в амплитуде.

Для отношения формфакторов f_1/f_2 имеем

$$(f_1/f_2)_{\text{теор}} = 1, \quad (f_1/f_2)_{\text{эксп}} = 0{,}8 \pm 0{,}3^{65}. \qquad (5,19)$$

Можно предсказать также величину отношения ξ формфакторов f_- и f_+ в $K_{\mu 3}$-распаде:

$$1 + \xi = 1{,}3. \qquad (5,20)$$

Экспериментальному определению величины ξ было посвящено много работ, однако ситуация и сейчас остается довольно неясной и мы затрудняемся привести какое-нибудь окончательное число для величины ξ. Тем не менее важно отметить, что большинство результатов противоречит предсказанию (5,19) и дает $\xi = -(0{,}5 - 1)$. Подробный обзор экспериментальных работ можно найти в раппортерском докладе Руббиа (ЦЕРН, 1969) [66].

Уточнение экспериментальных данных о величине ξ и зависимости $f_\pm$ от k^2 представляет большой интерес. Отметим, что, возможно, при сравнении теоретических предсказаний с опытом необходимо пользоваться более реалистической параметризацией формфакторов.

6. НЕЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ K-МЕЗОНОВ И ГИПЕРОНОВ

6.1. Правило $\Delta T = 1/2$

6.1.1. Гипотеза о существовании $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрии сильных взаимодействий окажется полезной при рассмотрении слабых нелептонных взаимодействий только в том случае, если гамильтониан этих взаимодействий $\mathcal{H}$ обладает определенными трансформационными свойствами относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$. Как уже говорилось, эти свойства характеризуются видом коммутационных соотношений $\mathcal{H}$ с генераторами группы.

Коммутатор $\mathcal{H}$ с векторными генераторами определяет его изоспиновую структуру, относительно которой мы не делаем каких-либо гипотез. Мы будем считать только, что в затравочное слабое взаимодействие входят левовинтовые частицы, что означает (см. гл. 1)

$$[V^i - A^i, \mathcal{H}] = 0. \qquad (6,1)$$

Примером теории, в которой выполняется равенство (6,1), может служить известная модель слабых взаимодействий [14], согласно которой гамильтониан $\mathcal{H}$ равен произведению заряженных токов.

6.1.2. Пусть затравочный гамильтониан не удовлетворяет правилу $\Delta T = 1/2$, как, например, в модели заряженных токов. Будет показано [15, 67–69], что соотношение (6,1) позволяет тем не менее объяснить подавление некоторых переходов с $\Delta T > 1/2$, если в разложении амплитуд слабых процессов по импульсам ограничиться учетом первых членов.

Доказательство этого утверждения основано на вычислении предельных значений амплитуд с помощью соотношения (4,2). Рассмотрим сначала амплитуды s-волн в распадах гиперонов. Полюсные графики (рис. 6, *а* — *б*) дают вклад, как легко убедиться, только в p-волны,

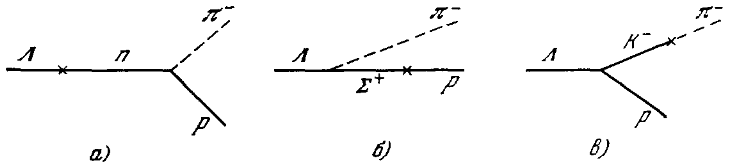

Рис. 6.

и поэтому при вычислении амплитуд s-волн второй член в равенстве (4,2) отсутствует. Таким образом, получаем, например, для распада $\Lambda \to p\pi^-$

$$M_S(\Lambda \to p\pi^-)|_{q=0} = ic\langle p|[\mathscr{H}V^+]|\Lambda\rangle = -ic\langle n|\mathscr{H}|\Lambda\rangle, \qquad (6,2)$$

где мы воспользовались тем, что $V^+|\Lambda\rangle = 0$, $V^-|p\rangle = |n\rangle$.

Аналогичная формула имеет место для амплитуды $M_S(\Lambda \to n\pi^0)$. В матричный элемент $\langle N|\mathscr{H}|\Lambda\rangle$ дает вклад лишь та часть гамильтониана, которая изменяет изоспин на 1/2. Поэтому, если пренебречь изменением амплитуды при переходе от $q = 0$ к физическому значению q, амплитуды распадов $\Lambda \to p\pi^-$, $\Lambda \to n\pi^0$ должны удовлетворять правилу $\Delta T = 1/2$ даже в том случае, если гамильтониан $\mathscr{H}$ содержит члены с $\Delta T = 3/2$. То же самое рассуждение применимо и к s-волновой части распадов $\Xi \to \Lambda\pi$.

В случае Σ-гиперонов получаем при $q = 0$

$$\left.\begin{aligned} M_S(\Sigma^+ \to n\pi^+) &= -ic[\sqrt{2}\langle n|\mathscr{H}|\Sigma^0\rangle + \langle p|\mathscr{H}|\Sigma^+\rangle], \\ M_S(\Sigma^+ \to p\pi^0) &= ic/\sqrt{2}\langle p|\mathscr{H}|\Sigma^+\rangle, \\ M_S(\Sigma^- \to n\pi^-) &= ic\sqrt{2}\langle n|\mathscr{H}|\Sigma^0\rangle, \end{aligned}\right\} \qquad (6,3)$$

что приводит к соотношению [67]

$$M_S(\Sigma^+ \to n\pi^+) + M_S(\Sigma^- \to n\pi^-) + \sqrt{2}M_S(\Sigma^+ \to p\pi^0) = 0, \qquad (6,4)$$

которое отличается от предсказания правила $\Delta T = 1/2$ знаком перед амплитудой $M_S(\Sigma^+ \to n\pi^+)$. Если поэтому гамильтониан удовлетворяет правилу $\Delta T = 1/2$, то амплитуда $M_S(\Sigma^+ \to n\pi^+)$ должна обращаться в нуль. Если же $\mathscr{H}$ содержит переходы с $\Delta T > 1/2$, то, вообще говоря, нет оснований ожидать малости этой амплитуды. Экспериментально $M_S(\Sigma^+ \to n\pi^+) \approx 0$, чему трудно найти объяснение в рамках рассматриваемых гипотез, если $\Delta T \neq 1/2$.

6.1.3. Амплитуды p-волны в распадах гиперонов экспериментально того же порядка, что и амплитуды s-волн. На первый взгляд может показаться, что это противоречит предположению о малости массы π-мезона в масштабе масс сильных взаимодействий, так как амплитуда p-волны содержит кинематический множитель $\mathbf{q}$ и в реальных случаях $|\mathbf{q}| \sim \mu$. На самом деле это не так, поскольку существуют графики с небольшой «обезразмеривающей» массой. Например, вклад полюсных графиков, представленных на рис. 6, *а* — *б*, пропорционален $1/\Delta m$, где Δm — разность масс барионов и $\Delta m \sim \mu$.

Количественное рассмотрение показывает, что, ограничиваясь барионными промежуточными состояниями, амплитуды p-волн удовлетворительно описать не удается. Возможно, что это расхождение связано с необходимостью учета вклада K-мезонного полюсного графика (рис. 6, *в*). Мы примем это предположение и покажем, что в рамках полюсной модели амплитуды p-волн должны удовлетворять правилу $\Delta T = 1/2$.

Изотопические правила отбора для амплитуд, отвечающих полюсным графикам, определяются свойствами слабых $K\pi$- и BB'-переходов (B, $B' = \Lambda$, Σ, Ξ, N). Члены с $\Delta T = 3/2$ могли бы давать вклад только в амплитуды $K\pi$- и ΣN-переходов. Из формулы (6,3) и экспериментального равенства нулю амплитуды $M_S\,(\Sigma^+ \to n\pi^+)$ следует правило $\Delta T = 1/2$ для ΣN-переходов. Это правило для $K\pi$-вершины следует из равенства (4,2), которое устанавливает в пределе равного нулю импульса π-мезона пропорциональность амплитуд переходов $K \to \pi$ и K-мезона в вакуум. Очевидно, что в последнюю дают вклад только члены с $\Delta T = 1/2$.

Таким образом, в рамках полюсной модели правило $\Delta T = 1/2$ должно выполняться для амплитуд p-волн распадов гиперонов. К сожалению, проверить эту модель надежным образом не удается, поскольку не известны константы $K\pi$-перехода и взаимодействий K-мезонов с гиперонами.

6.1.4. Перейдем теперь к рассмотрению нелептонных распадов K-мезонов. Схема доказательства [15] правила $\Delta T = 1/2$ для распадов $K \to 2\pi$, 3π аналогична случаю распадов гиперонов: используя соотношение (4,2), амплитуду этих распадов можно связать в пределе нулевых импульсов π-мезонов с матричным элементом перехода K-мезона в вакуум, в который не дают вклада части гамильтониана с $\Delta T > 1/2$.

Некоторое усложнение [68, 69] связано с тем, что необходимо отдельно учитывать вклад полюсных графиков (рис. 7), который сильно зависит

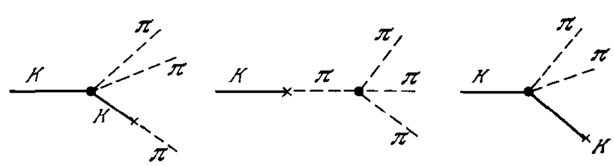

Рис. 7.

от импульсов мезонов и не разлагается в ряд по ним. Изменение изотопического спина в полюсных графиках определяется вершинами переходов $K \to \pi$ и K-мезона в вакуум, которые, как говорилось выше, удовлетворяют правилу $\Delta T = 1/2$. Поэтому учет полюсных графиков не изменяет выводов об изотопической структуре амплитуды.

6.1.5. Таким образом, используя гипотезы I—IV гл. 1, удается обосновать правило $\Delta T = 1/2$ для распадов K-мезонов и s-волн в распадах Λ- и Ξ-гиперонов. В рамках полюсной модели правило $\Delta T = 1/2$ для амплитуд p-волн следует из правила $\Delta T = 1/2$ для амплитуд s-волн.

Однако используемые предположения, по-видимому, не позволяют объяснить большую точность выполнения правила $\Delta T = 1/2$. Более того, равенство нулю амплитуды $M_S\,(\Sigma^+ \to n\pi^+)$, как обсуждалось выше, свидетельствует скорее в пользу того, что правило $\Delta T = 1/2$ для распадов не связано с участием в этих процессах π-мезонов. Дальнейшую информацию о природе этого правила можно получить при изучении распадов $K \to 3\pi$.

6.2. Распады $K \to 3\pi$

6.2.1. В предыдущем разделе мы связывали амплитуду $K \to 3\pi$-распадов, редуцируя последовательно все π-мезонные поля, с амплитудой перехода K-мезона в вакуум и объясняли таким образом подавленность переходов с $\Delta T > 1/2$. Однако интересные результаты возникают уже на первом шаге: формула (4,2) позволяет связать амплитуды $K \to 3\pi$- и $K \to 2\pi$-распадов, которые измеряются экспериментально. Таким образом, удается вычислить вероятности и наклоны спектров π-мезонов в распадах $K \to 3\pi$. Можно не только объяснить приближенную справедливость правила $\Delta T = 1/2$, но и предсказать степень его нарушения в распадах $K \to 3\pi$, выразив ее через величину переходов с $\Delta T > 1/2$ в распадах $K \to 2\pi$. В настоящем разделе мы получим эти предсказания для амплитуд $K \to 3\pi$-распадов [15, 71–76] и обсудим, какие при этом используются предположения.

6.2.2. Теоретически, как всегда, можно найти значение амплитуды при равном нулю импульсе одного из π-мезонов. Рассмотрим, например, распад $K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-$. Формулы (4,2) и (6,1) дают для амплитуды этого распада

$$\langle \pi^+\pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K^+ \rangle_{q_3=0} = ic \langle \pi^+\pi^+ \mid [\mathscr{H},\ A^+] \mid K^+ \rangle = ic\sqrt{2} \langle \pi^+\pi^0 \mid \mathscr{H} \mid K^+ \rangle, \tag{6,5}$$

$$\begin{aligned} \langle \pi^+\pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K^+ \rangle_{q_1=0} &= ic \langle \pi^+\pi^- \mid [\mathscr{H},\ A^-] \mid K^+ \rangle = \\ &= ic \{ \langle \pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K^0 \rangle - \sqrt{2} \langle \pi^+\pi^0 \mid \mathscr{H} \mid K^+ \rangle \}, \end{aligned} \tag{6,6}$$

где q_3 — импульс π^--мезона, а q_1 — импульс одного из π^+-мезонов. При получении равенств (6,5), (6,6) мы подействовали оператором V^- на обкладки.

Предположим, далее, для амплитуды линейное по энергиям π-мезонов разложение. С учетом тождественности π^+-мезонов оно имеет вид

$$\langle \pi^+\pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K^+ \rangle = a + b\,(pq_3), \tag{6,7}$$

где p — импульс K-мезона.

Используя соотношения (6,5), (6,6), легко можно найти коэффициенты a, b и тем самым полностью определить амплитуду. Однако с самого начала следует оговорить,что предположение о виде разложения является очень сильным, с нужной точностью экспериментально непроверенным, и мы поэтому еще вернемся к его обсуждению в п. 6.2.4.

Таким образом, в рамках предположения (6,7) матричный элемент распада $K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-$ оказывается полностью определенным. Совершенно аналогичным образом можно рассмотреть другие распады. Окончательный результат удобно представить в виде

$$\langle 3\pi \mid \mathscr{H} \mid K \rangle = \gamma\,(1 + \sigma y), \tag{6,8}$$

где $y = (2E_3 - E_1 - E_2)/m_K$, E_3 — энергия «нечетного» π-мезона, $E_{1,2}$ — энергии «четных» мезонов;

$$\left.\begin{aligned} &\langle \pi^+\pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K^+ \rangle = (ic\sqrt{2}/3) \langle \pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K_1^0 \rangle\,[1 + (1 - 6\delta)\,y], \\ &\langle \pi^0\pi^0\pi^+ \mid \mathscr{H} \mid K^+ \rangle = \\ &\quad = (ic\sqrt{2}/6) \langle \pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K_1^0 \rangle\,(1+\theta)\,\{1 - 2\,[1 + (3\delta/\,[1+\theta])]\}, \\ &\langle \pi^+\pi^-\pi^0 \mid \mathscr{H} \mid K_2^0 \rangle = \\ &\quad = -(ic\sqrt{2}/6) \langle \pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K_1^0 \rangle\,(1 - 2\delta)\,\{1 + 2\,[1 + \\ &\qquad\qquad + (3\delta/\,[1 - 2\delta])]\,y\}, \\ &\langle \pi^0\pi^0\pi^0 \mid \mathscr{H} \mid K_2^0 \rangle = -(ic\sqrt{2}/2) \langle \pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K_1^0 \rangle\,(1 + \theta - 2\delta), \\ &\langle \pi^-\pi^-\pi^0 \mid \mathscr{H} \mid K_1^0 \rangle = \\ &\quad = (ic\sqrt{2}/2) \langle \pi^+\pi^- \mid \mathscr{H} \mid K_1^0 \rangle\,(E_{\pi^+} - E_{\pi^-})\,(2\sqrt{2}\theta - 3\delta). \end{aligned}\right\} \tag{6,9}$$

Параметры θ и δ в формулах (6,9) характеризуют отклонения от правила $\Delta T=1/2$ в распадах $K\to 2\pi$ и определены следующим образом:

$$\delta=\langle\pi^+\pi^0\mid\mathcal{H}\mid K^+\rangle/\langle\pi^+\pi^-\mid\mathcal{H}\mid K_1^0\rangle,$$

$$\theta=[\langle\pi^0\pi^0\mid\mathcal{H}\mid K_1^0\rangle-\langle\pi^+\pi^-\mid\mathcal{H}\mid K_1^0\rangle+2\langle\pi^+\pi^0\mid\mathcal{H}\mid K^+\rangle]/\langle\pi^+\pi^-\mid\mathcal{H}\mid K_1^0\rangle.$$

Величина θ равна нулю, если гамильтониан $\mathcal{H}$ не содержит переходов $\Delta T=5/2$. Из эксперимента известна абсолютная величина параметра δ: $|\delta|=1/22$. Знак δ можно найти из отношения вероятностей распадов $K_1^0\to 2\pi^0$ и $K_1^0\to\pi^+\pi^-$, если дополнительно предположить, что $\theta=0$ (см. также обсуждение ниже, после формулы (6,11)). Тогда

$$1-2\delta=\langle\pi^0\pi^0\mid\mathcal{H}\mid K_1^0\rangle/\langle\pi^+\pi^-\mid\mathcal{H}\mid K_1^0\rangle,$$

и экспериментальные данные свидетельствуют в пользу $\delta>0$ [77]. В численных расчетах мы принимаем $\delta=1/22$.

Если пренебречь электромагнитными поправками и отождествить матричные элементы от гамильтониана нелептонных взаимодействий с амплитудами физических процессов, то формулы (6,9) позволяют связать переходы с определенным изменением изотопического спина ΔT в $K\to 3\pi$- и $K\to 2\pi$-распадах. (Изотопический анализ $K\to 3\pi$- распадов с феноменологической точки зрения содержится, в частности, в работах [78].)

Ясно, во-первых, что поскольку в амплитуды $K\to 2\pi$-распадов не дают вклада переходы с $\Delta T=7/2$, амплитуда таких переходов должна быть равна нулю и в случае $K\to 3\pi$-распадов. Это условие приводит к соотношению

$$\frac{2\gamma(K^+\to\pi^+\pi^0\pi^0)}{\gamma(K^+\to\pi^+\pi^+\pi^-)}-\frac{\gamma(K_2^0\to 3\pi^0)}{3\gamma(K_2^0\to\pi^+\pi^-\pi^0)}=0. \qquad (6,10)$$

Переходы с $\Delta T=5/2$ в распадах $K\to 3\pi$ сказываются на отношении амплитуд различных мод распада одного K-мезона (K^+ или K^0). Согласно формулам (6,9) имеем

$$\frac{\gamma(K_2^0\to 3\pi^0)}{3\gamma(K_2^0\to\pi^+\pi^-\pi^0)}-1=\frac{2\gamma(K^+\to\pi^+\pi^0\pi^0)}{\gamma(K^+\to\pi^+\pi^+\pi^-)}-1=\theta. \qquad (6,11)$$

Это соотношение позволяет из имеющихся данных о $K\to 3\pi$-распадах получить ограничение на возможную величину θ, $\theta<0{,}05$—$0{,}1$, откуда следует, в частности, что вклад взаимодействия с $\Delta T=5/2$ в амплитуду распада $K^+\to\pi^+\pi^0$ не превышает 10—20%.

Вклад переходов с $\Delta T=3/2$ сильнее всего отражается на величине отношения наклонов спектров в распадах $K^+\to\pi^+\pi^+\pi^-$ и $K^+\to\pi^+\pi^0\pi^0$ ($K_2^0\to\pi^+\pi^-\pi^0$):

$$-\frac{\sigma(K^+\to\pi^+\pi^0\pi^0)}{2\sigma(K^+\to\pi^+\pi^+\pi^-)}=-\frac{(K\sigma_2^0\to\pi^+\pi^-\pi^0)}{2\sigma(K^+\to\pi^+\pi^+\pi^-)}\approx\frac{1+3\delta}{1-6\delta}=1{,}56. \qquad (6,12)$$

Правило $\Delta T=1/2$ дает для этих отношений единицу.

Наконец, амплитуды с $\Delta T=1/2$ вносят основной вклад в абсолютные значения амплитуд любого из процессов.

6.2.3. При сравнении с опытом предсказаний о нарушении правила $\Delta T=1/2$ следует иметь в виду неопределенность, связанную с учетом электромагнитной разности масс π- и K-мезонов [79]. Неопределенность состоит в том, что вместо параметра y в формуле (6,8) можно ввести другую величину, например,

$$y'=-(1/2m_K)\,[2(p-q_3)^2-(p-q_1)^2-(p-q_2)^2]. \qquad (6,13)$$

В пределе изотопической симметрии массы $\pi^\pm$-, π^0-мезонов одинаковы и $y=y'$. Если же учесть расщепление масс, то после сведéния y' к y

в постоянной части амплитуды появятся члены, пропорциональные электромагнитным разностям масс пионов и каонов. Поэтому различные формы записи матричных элементов приводят к разным предсказаниям для вероятностей. Это означает, что предсказания для отношения величин γ не могут быть проверены с точностью лучше 5%. Отметим в связи с этим, что неопределенность в проверке предсказаний величины произведения $\gamma\sigma$, связанная с электромагнитными разностями масс частиц, возникает лишь при учете квадратичных по y членов, которые при выводе формул (6,9) предполагались малыми (см. также обсуждение после формулы (6,14)).

В связи с отмеченной выше трудностью проверки правила $\Delta T = 1/2$ по данным о вероятностях распадов, особый интерес представляет сравнение с опытом соотношения (6,12), поскольку предсказываемый эффект нарушения правила $\Delta T = 1/2$ в данном случае велик. Из табл. II, где приведены соответствующие экспериментальные данные, видно, что в настоящее время нельзя исключить возможность 50%-го нарушения правила $\Delta T = 1/2$ в отношениях наклонов спектров π-мезонов в различных распадах.

Таблица II

Величина	Теория		Эксперимент [80] (январь 1969 г.)
	$\Delta T = 1/2$	$\Delta T > 1/2$	
$10^6\gamma\,(K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-)$	1,6	1,6	1,92±0,01
$\sigma\,(K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-)$	1	0,73	0,85±0,04
$\dfrac{\sigma\,(K_2^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0)}{\sigma\,(K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^+)}$	1	1	0,77±0,12
$-\dfrac{\sigma\,(K_2^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0)}{\sigma\,(K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-)}$	1	1,56	1,30±0,12

Подчеркнем, что предсказание (6,12) основано на предположении о том, что гамильтониан слабого взаимодействия содержит переходы с $\Delta T = 3/2$, которые ответственны, в частности, за распад $K^+ \to \pi^+\pi^0$. Если окажется, что отношение

$$-\sigma\,(K^+ \to \pi^+\pi^0\pi^0)/\,2\sigma\,(K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-)$$

близко к единице, то это будет серьезным аргументом в пользу электромагнитного происхождения распада $K^+ \to \pi^+\pi^0$.

В табл. II сравниваются с опытом также предсказания для абсолютных величин γ и σ для одного из распадов ($K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-$), где они наиболее точно известны экспериментально. Видно, что согласие теоретических предсказаний с опытом хорошее.

6.2.4. Это согласие теории с опытом в конечном счете является единственным аргументом в пользу справедливости разложения (6,7), которое существенно использовалось при получении всех результатов. По поводу этого разложения необходимо иметь в виду следующие замечания:

а) Мы пренебрегали членами, квадратичными по импульсам π-мезонов. Во-первых, это члены, пропорциональные q^2, которые в принципе не могут быть найдены из опыта. Поскольку величина основных членов $\sim m_K E_\pi$, ошибка, связанная с пренебрежением зависимостью от q^2, имеет, вообще говоря, порядок $\mu^2/m_K E_\pi \approx 1/4$. Во-вторых, не учитывались члены второго порядка по энергиям π-мезонов. Поскольку мы используем разложение (6,7) в области энергий π-мезонов, меняющихся от нуля до $m_K/2$, необходимо, чтобы масса, «обезразмеривающая» дополнительную степень энергии, была значительно больше $m_K/2$. Квадратичные по энергиям члены можно, в принципе, измерять экспериментально. Если записать матричный элемент в виде

$$M \sim 1 + \sigma y + \tau y^2. \qquad (6,14)$$

то, для того чтобы предсказания существенно не изменились, нужно, чтобы τ удовлетворяло соотношению $\tau \leqslant 0,1$. Имеющиеся экспериментальные данные [80] дают только верхнюю границу $\tau \leqslant 0,5$.

б) В проведенном в п. 6.2.1 рассмотрении предполагалось, что амплитуды $K \to 2\pi$-, 3π-распадов вещественны. Это означает, в частности, что мы пренебрегаем фазами $\pi\pi$-рассеяния $\delta_{0,2}$ в состояниях с полным изотопическим спином 0 и 2 соответственно при полной энергии, равной массе K-мезона. Косвенные экспериментальные данные дают $\delta_0 \approx \approx 35°$ [52]. Если считать это значение δ_0 правильным, то пренебрежение мнимой частью амплитуды не обосновано. Отметим поэтому, что предположение о малости δ_0 используется только при вычислении величины амплитуды переходов с $\Delta T = 1/2$ в распадах $K \to 3\pi$. Предсказания для наклонов спектров следуют из обращения части амплитуды с $\Delta T = 1/2$ в нуль при равном нулю импульсе определенного π-мезона и не требуют для своего вывода предположения о малости фазы δ_0. При вычислении амплитуд с $\Delta T > 1/2$ используется предположение о малости фазы δ_2, а не δ_0. Поэтому если разложение (6,7) справедливо только для части амплитуды с $\Delta T > 1/2$, предсказания о степени нарушения правила $\Delta T = 1/2$ практически не меняются.

7. РАСПАД $\eta \to 3\pi$

7.1. В настоящей главе рассматривается амплитуда распада $\eta \to 3\pi$. Будет показано [81], что в пределе точной $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрии сильных взаимодействий этот распад запрещен и его матричный элемент равен нулю. Если учесть «полусильное» взаимодействие, нарушающее симметрию, то удается вычислить [42, 82] наклон спектра π-мезонов в распаде $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$, который оказывается в очень хорошем согласии с опытом.

В распаде $\eta \to 3\pi$ нарушается сохранение G-четности, и поэтому считается, что этот процесс идет во втором порядке по электромагнитному взаимодействию. Матричный элемент распада можно тогда записать в виде

$$M = -\frac{e^2}{2} \langle 3\pi | \int dx D_{\mu\nu}(x) \, T\{j_\mu(x) j_\nu(0)\} | \eta \rangle , \qquad (7,1)$$

где $D_{\mu\nu}(x)$ — функция распространения фотона, j_μ — ЭМ ток адронов.

Предположим, что амплитуда M распада $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ является квадратичной функцией импульсов:

$$M = a + b(pq_0) + d(q_+^2 + q_-^2) + fq_0^2, \qquad (7,2)$$

где p, q_+, q_-, q_0 — импульсы η-, π^+-, π^--, π^0-мезонов соответственно. В физической области распада разложение (7,2) предполагает линейную зависимость амплитуды от энергий π-мезонов. Как и в случае распадов K-мезонов, предположение о виде разложения амплитуды весьма существенно и нуждается в дальнейшей экспериментальной проверке. Отличие от $K \to 3\pi$-распадов состоит в том, что мы явно учитываем зависимость амплитуды от q^2. В то же время пренебрежение квадратичными по энергии членами может быть оправдано (или опровергнуто) экспериментально.

Покажем, что амплитуда M, определенная равенством (7,1), обращается в нуль в пределе нулевого импульса одного из π-мезонов (остальные частицы — на массовой поверхности). Воспользовавшись редукционной формулой, например, по π^+-мезону, и интегрируя по частям, получим для предельного значения амплитуды

$$M = (ie^2/2)\ \langle\pi^-\pi^0| \int dx\, dy e^{iq_+y} D_{\mu\nu}(x)\,(\Box_y - \mu^2) \times$$
$$\times T\{j_\mu(x)\, j_\nu(0)\, \varphi^-(y)\} | \eta\rangle \underset{q_+\to 0}{\longrightarrow} -(ie^2c/2)\,\langle\pi^-\pi^0| \times$$
$$\times \int dx\, D_{\mu\nu}(x)\, T\{j_\mu(x)\,[j_\nu(0),\ A^-(0)] + [j_\mu(x)\, A^-(x^0)]\, j_\nu(0)\} | \eta\rangle. \quad (7,3)$$

Коммутатор аксиального заряда с электрическим током, который возник в формуле (7,3), равняется аксиальному току (см. (4,12)). Из соображений G-четности следует, что в выражение (7,3) дает вклад лишь произведение коммутатора на изоскалярную часть электромагнитного тока. Поэтому π^-- и π^0-мезоны должны иметь суммарный изоспин, равный единице, что запрещено требованием бозе-статистики, так как орбитальный момент мезонов равен нулю. Поэтому амплитуда в целом равна нулю. В случае редукции π^0-мезона равен нулю уже коммутатор $[j_\nu(0),\ A^3(0)]$. Таким образом, возникают два соотношения для параметров разложения в формуле (7,2)

$$a + 2d\mu^2 = 0, \quad a + (bm_\eta^2/2) + d\mu^2 + f\mu^2 = 0. \quad (7,4)$$

Еще одно условие на константы разложения можно получить, рассматривая амплитуду M при нулевом импульсе π^0-мезона, когда один из заряженных π-мезонов (для определенности, π^-) находится вне массовой поверхности. Используя редукционную формулу по π^-, π^0-мезонам

$$M = (e^2/2)\,\langle\pi^+| \int dx\, dy\, dz\, e^{i(q_-y+q_0z)} D_{\mu\nu}(x) \times$$
$$\times (\Box_z - \mu^2)(\Box_y - \mu^2)\, T\{j_\mu(x)\, j_\nu(0)\, \varphi^+(y)\, \varphi^3(z)\} | \eta\rangle, \quad (7,5)$$

находим при $q_0 = 0$

$$M = -(e^2c^2/\sqrt{2})\,\langle\pi^+| \int e^{iq_-y}(q_-^2 - \mu^2)\, D_{\mu\nu}(x) \times$$
$$\times T\{j_\mu(x)\, j_\nu(0)\,[\varphi^+(y),\ A^3(y^0)]\} | \eta\rangle +$$
$$+ \text{члены с коммутатором } [j_\mu,\ A^3] = 0. \quad (7,6)$$

Используем теперь предположение о том, что одновременный коммутатор аксиального заряда с π-мезонным полем $[A^i,\ \varphi^k]$ пропорционален δ^{ik} ($i, k = 1, 2, 3$) (см. обсуждение в п. 2.2 гл. 2). Тогда $[\varphi^+(y),\ A^3(y^0)] = 0$ и $M = 0$ при $q_0 = 0$, $q_+^2 = \mu^2$ и произвольных значениях q_-^2. Из формулы (7,2) следует, что

$$a = d = 0. \quad (7,7)$$

Соотношения (7,4) и (7,7) определяют амплитуду M с точностью до общего множителя, и в физической области распада получаем

$$M(\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0) = f\mu^2\left(1 - \frac{2pq_0}{m_\eta^2}\right) = \frac{f\mu^2}{3}\left[1 - \frac{2Q}{m_\eta}\left(\frac{3T-Q}{Q}\right)\right], \quad (7,8)$$

где T — кинетическая энергия π-мезона, Q — выделяемая энергия.

Таким образом, теоретическое значение наклона спектра π-мезонов в распаде $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ равно $\alpha_{\text{теор}} = -2Q/m_\eta = -0{,}49$. Экспериментальное значение равно $\alpha_{\text{эксп}} = -0{,}478 \pm 0{,}038$ [83].

Отметим, что разложение (7,2) неприменимо для полюсного графика с η-мезоном в промежуточном состоянии, который следует учитывать отдельно. Однако можно показать, что его учет не меняет результата.

Это связано с тем, что амплитуда $\pi\eta$-рассеяния, входящая в этот график, обращается в нуль при нулевом импульсе π-мезона в силу условия самосогласованности Адлера. Поэтому вклад полюсного графика в физической области описывается с точностью до множителя формулой (7,8) и не меняет предсказания для наклона спектра.

7.2. Из формулы (7,8) видно, что амплитуда $\eta \to 3\pi$-распада обращается в нуль при $\mu^2 = 0$. Ситуация в распадах $\eta \to 3\pi$ в этом смысле не такая, как для слабых переходов $K \to 3\pi$ (см. гл. 6), где массой π-мезона мы пренебрегали. Распад $\eta \to 3\pi$ можно скорее сравнить с сильным процессом $\pi^0\pi^0 \to \pi^0\pi^0$, амплитуда которого также пропорциональна μ^2.

Распад $\eta \to 3\pi$ обусловлен нарушением симметрии, и поэтому представляется возможность проверить предположение (2,18) о свойствах нарушающего симметрию взаимодействия. В настоящее время предсказание о наклоне спектра π-мезонов в распаде $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ является единственным экспериментально проверенным следствием этого предположения.

8. ПОСТРОЕНИЕ ИНВАРИАНТНЫХ АМПЛИТУД

В этой главе коротко излагается способ получения следствий из $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрии путем построения так называемых феноменологических, или эффективных, лагранжианов [84, 85]. Слово «феноменологический» в применении к лагранжиану означает, что при вычислении амплитуд, исходя из лагранжиана, следует руководствоваться некоторыми простыми правилами, которые сводятся в основном к тому, что отбрасываются диаграммы с замкнутыми петлями. Будет показано, как таким образом можно получить уже известные нам (см. п. 3.2 гл. 3) предсказания для амплитуды πN-рассеяния.

Хотя эффективные лагранжианы не позволяют получать новые результаты, знакомство с ними может быть полезным для понимания $SU(2) \otimes \otimes SU(2)$-симметрии, а в некоторых случаях позволяет быстро находить ответ для амплитуды. Дело в том, что способ вывода результатов, принятый в основной части обзора, носит несколько формальный характер. При обсуждении эффективных лагранжианов мы ближе познакомимся с нелинейными представлениями и тем кругом идей, который излагался в гл. 1.

Первый раздел (п. 8.1) этой главы носит отчасти вспомогательный характер. Здесь приводится также простейший пример реализации симметрии для взаимодействующих безмассовых нуклонов [8]. Во втором разделе будет построен и выписан в явном виде лагранжиан взаимодействующих π-мезонов и нуклонов, удовлетворяющий требованиям $SU(2) \otimes \otimes SU(2)$-симметрии [86, 7, 84, 85].

8.1. Случай безмассовых нуклонов

Покажем, что безмассовые нуклоны могут образовывать линейное представление группы $SU(2) \otimes SU(2)$. Лагранжиан выберем в виде

$$\mathscr{L} = -i\bar{\psi}\,\hat{\partial}\psi + \varkappa\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\bar{\psi}\gamma_\mu\psi + \gamma\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi\bar{\psi}\gamma_5\psi, \qquad (8,1)$$

где ψ — спинор в обычном и изотопическом пространствах, $\varkappa$, γ — константы. Первый член в формуле (8,1) отвечает свободным полям, второй описывает взаимодействие.

Лагранжиан (8,1) инвариантен относительно изотопических преобразований

$$\delta\psi = i\boldsymbol{\tau}\delta\mathbf{u}\psi, \qquad (8,2)$$

где $\delta\mathbf{u}$ — параметр инфинитезимального поворота в изотопическом пространстве.

Определим приращение $\delta_C\psi$ (скобочная операция) следующим образом:

$$\delta_C = \delta_2\delta_1 - \delta_1\delta_2, \tag{8,3}$$

где $\delta_{1,\,2}$ отвечают преобразованиям с параметрами $\delta\mathbf{u}_{1,\,2}$. То, что мы имеем группу, означает, что $\delta_C\psi$ отвечает некоторому преобразованию из группы, параметр которого обозначим через $\delta\mathbf{u}_C$.

В частности, для изотопической группы скобочной операции для двух преобразований с параметрами $\delta\mathbf{u}_1$ и $\delta\mathbf{u}_2$

$$\delta\mathbf{u}_C = [\delta\mathbf{u}_2\delta\mathbf{u}_1], \tag{8,4}$$

что соответствует коммутационным соотношениям для генераторов группы

$$[V^i,\ V^k] = i\varepsilon^{ikl}V^l. \tag{8,5}$$

Лагранжиан (8,1) инвариантен также относительно аксиальных, т. е. меняющих четность, преобразований с параметром $\delta\mathbf{v}$:

$$\delta\psi = i\boldsymbol{\tau}\delta\mathbf{v}\gamma_5\psi. \tag{8,6}$$

Если ввести лево-и правовинтовые нуклоны ψ_L, ψ_R:

$$\psi_L = (1+\gamma_5)\,\psi/2, \quad \psi_R = (1-\gamma_5)\,\psi/2,$$

то состояния $\psi_{L,\,R}$ преобразуются сами через себя:

$$\delta\psi_L = \boldsymbol{\tau}\,[(\delta\mathbf{u}+\delta\mathbf{v})/2]\,\psi_L, \quad \delta\psi_R = \boldsymbol{\tau}\,[(\delta\mathbf{u}-\delta\mathbf{v})/2]\,\psi_R. \tag{8,7}$$

Из сравнения этих соотношений с (8,2) ясно, что мы получили две независимые группы правого и левого изотопического спина, определяемые параметрами $(\delta\mathbf{u}+\delta\mathbf{v}/)2$ и $(\delta\mathbf{u} - \delta\mathbf{v})/2$. Это обстоятельство и выражает собой тот факт, что группой симметрии лагранжиана является прямое произведение $SU(2) \otimes SU(2)$. Состояния ψ_L и ψ_R образуют представления (0,1/2) и (1/2,0) этой группы (цифры в скобках обозначают величину правого и левого изотопического спина).

8.2. Эффективный лагранжиан πN- и $\pi\pi$-взаимодействий

Рассмотрим теперь случай реальных, а не безмассовых нуклонов. Преобразования (8,6) переводят нуклон в состояние с другой четностью. В случае нуклона с массой $m \neq 0$ такого состояния построить нельзя, если нет других частиц, и симметрия $SU(2) \otimes SU(2)$ должна нарушаться для свободных нуклонов. В этом легко убедиться и непосредственно, вычисляя вариацию массового члена $m\bar{\psi}\psi$ при преобразованиях (8,6) — эта вариация не равна нулю.

Мы предположим, как и в основной части обзора, что существуют безмассовые мезоны и аксиальные преобразования переводят нуклон в состояние нуклон плюс π-мезон. Выясним, как должны преобразовываться нуклонные и мезонные поля, чтобы существовала $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрия сильных взаимодействий.

При инфинитезимальном повороте в изотопическом пространстве, определяемом параметром $\delta\mathbf{u}$, приращения полей равны

$$\delta\psi = i\boldsymbol{\tau}\delta\mathbf{u}\psi, \quad \delta\boldsymbol{\varphi} = -[\delta\mathbf{u}\boldsymbol{\varphi}]. \tag{8,8}$$

При аксиальном преобразовании с параметром $\delta\mathbf{v}$ для приращения нуклонного поля предположим

$$\delta\psi = if_0\boldsymbol{\tau}\,[\boldsymbol{\varphi}\delta\mathbf{v}]\,\psi, \tag{8,9}$$

где $\boldsymbol{\tau}\,[\boldsymbol{\varphi}\delta\mathbf{v}]$ — смешанное произведение векторов $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\varphi}$, $\delta\mathbf{v}$, f_0 — константа. Закон преобразования пионного поля $\boldsymbol{\varphi}$ мы определим позже из условия существования группы.

Действие коммутатора двух аксиальных преобразований с параметрами $\delta\mathbf{v}_1$, $\delta\mathbf{v}_2$ над нуклонным полем должно сводиться к векторному преобразованию с параметром $\delta\mathbf{u} = [\delta\mathbf{v}_1\,\delta\mathbf{v}_2]$. Это условие приводит к следующему уравнению для вариации мезонного поля:

$$\delta_C\psi = i\boldsymbol{\tau}\,[\delta\mathbf{v}_2\delta\mathbf{v}_1]\,\psi = if_0\,\{[(\delta_2\boldsymbol{\varphi})\,\delta\mathbf{v}_1] - [(\delta_1\boldsymbol{\varphi})\,\delta\mathbf{v}_2]\}\,\boldsymbol{\tau}\psi - \\ - if_0^2\,[[\boldsymbol{\varphi}\delta\mathbf{v}_1]\,[\boldsymbol{\varphi}\delta\mathbf{v}_2]]\,\boldsymbol{\tau}\psi, \quad (8{,}10)$$

где $(\delta_{1,2}\boldsymbol{\varphi})$ — приращения мезонного поля. Из условия (8,10) ясно, что $\delta\boldsymbol{\varphi}$ должно содержать постоянную часть, отвечающую сдвигу поля, и квадратичные по $\boldsymbol{\varphi}$ члены:

$$\delta\boldsymbol{\varphi} = \alpha\delta\mathbf{v} + \beta\boldsymbol{\varphi}\,(\boldsymbol{\varphi}\delta\mathbf{v}) + \gamma\delta\mathbf{v}\boldsymbol{\varphi}^2. \quad (8{,}11)$$

Константы α, β, γ можно определить из соотношения (8,10), и окончательно для $\delta\boldsymbol{\varphi}$ получаем

$$\delta\boldsymbol{\varphi} = (\delta\mathbf{v}/2f_0) + f_0\,[\boldsymbol{\varphi}\,(\delta\mathbf{v}\boldsymbol{\varphi}) - (\delta\mathbf{v}\boldsymbol{\varphi}^2/2)]. \quad (8{,}12)$$

С помощью непосредственного вычисления можно убедиться, что определенные соотношением (8,12) преобразования над $\boldsymbol{\varphi}$ сами удовлетворяют групповому свойству. Отметим, что выбор формы преобразований (8,9), (8,12) не является однозначным. Все возможности можно перечислить, исходя из линейного представления группы — так называемой σ-модели [7]. Однако различные формы преобразования сводятся одна к другой каноническими преобразованиями и физически эквивалентны [87].

Отличительной чертой преобразований (8,9) (8,12) является их нелинейность. Так, в выражении (8,12) для приращения π-мезонного поля сдвиг $f_0\delta\mathbf{v}/2$ соответствует смешиванию при аксиальных преобразованиях π-мезонного поля с вакуумом, а квадратичные по $\boldsymbol{\varphi}$ члены — с двухпионными состояниями. Нелинейный характер преобразований приводит к тому, что производные от полей преобразуются иначе, чем сами поля, и различные инварианты группы $SU\,(2) \otimes SU\,(2)$ характеризуются поэтому числом производных.

Дифференцируя соотношение (8,12), получаем закон преобразования производной мезонного поля

$$\delta\,(\partial_\mu\boldsymbol{\varphi}) = f_0\,[\partial_\mu\boldsymbol{\varphi}\,(\delta\mathbf{v}\boldsymbol{\varphi}) + \boldsymbol{\varphi}\,(\partial_\mu\boldsymbol{\varphi}\delta\mathbf{v}) - \delta\mathbf{v}\,(\partial_\mu\boldsymbol{\varphi}\boldsymbol{\varphi})]. \quad (8{,}13)$$

Вместо $\partial_\mu\boldsymbol{\varphi}$ удобно ввести величину

$$\boldsymbol{\varphi}_\mu = \partial_\mu\boldsymbol{\varphi}/(1 + f_0^2\boldsymbol{\varphi}^2), \quad (8{,}14)$$

приращение которой при аксиальных преобразованиях равно

$$\delta\boldsymbol{\varphi}_\mu = f_0\,[[\delta\mathbf{v}\boldsymbol{\varphi}]\,\boldsymbol{\varphi}_\mu]. \quad (8{,}15)$$

Это преобразование, так же как и преобразование (8,9), аналогично изотопическому повороту с параметром $\delta\mathbf{u} = f_0\,[\boldsymbol{\varphi}\delta\mathbf{v}]$. Ясно поэтому, что если не включать в рассмотрение более высоких производных, инвариантные комбинации из ψ, $\boldsymbol{\varphi}_\mu$ можно строить совершенно так же, как в случае изотопической симметрии.

В частности, произведение $\boldsymbol{\varphi}_\mu\boldsymbol{\varphi}_\mu$ является инвариантом группы $SU\,(2) \otimes SU\,(2)$ и феноменологический лагранжиан для процессов с участием одних π-мезонов можно представить в виде

$$\mathscr{L}^\pi = \boldsymbol{\varphi}_\mu\boldsymbol{\varphi}_\mu/2 = \frac{(\partial_\mu\boldsymbol{\varphi})^2}{2\,(1 + f_0^2\boldsymbol{\varphi}^2)^2} = (\partial_\mu\boldsymbol{\varphi})^2\,[1 - 2f_0^2\boldsymbol{\varphi}^2 + 3f_0^4\boldsymbol{\varphi}^4 + \ldots]/2. \quad (8.16)$$

Первый член ряда отвечает кинетической энергии π-мезона, второй — $\pi\pi$-рассеянию, третий — процессу $2\pi \to 4\pi$, и т. д.

В квадратичном по импульсам частиц приближении для амплитуд лагранжиан $\mathcal{L}^{\pi}$ определен однозначно. Если же допускать, например, члены четвертого порядка по импульсам мезонов, то можно построить дополнительные инварианты $(\varphi_\mu\varphi_\mu)(\varphi_\nu\varphi_\nu)$ и $(\varphi_\mu\varphi_\nu)(\varphi_\mu\varphi_\nu)$, которые описывают процессы с четырьмя и более мезонами.

Чтобы получить соотношения для амплитуд различных процессов, исходя из лагранжиана (8,16), нужно учитывать все графики теории возмущений в низшем неисчезающем порядке по константе f_0. Легко убедиться, что такие графики сводятся к контактным диаграммам, когда все мезоны испускаются из одной точки, и диаграммам с π-мезонными полюсами. Графики с большим числом π-мезонов в промежуточном состоянии являются величинами более высокого порядка по f_0. Поскольку возникающие соотношения следуют из одной $SU(2) \otimes SU(2)$-симметрии, использование низшего порядка теории возмущений несущественно. Предсказания для отношения амплитуд различных процессов останутся справедливыми в любом порядке по f_0.

На первый взгляд такой рецепт вычисления амплитуды может показаться необычным и неубедительным. Полезно поэтому указать на весьма близкую аналогию с вычислением амплитуд радиационных процессов. Чтобы найти амплитуды радиационных процессов в нулевом по импульсу фотона приближении, можно поступить следующим образом. Выпишем лагранжиан сильных взаимодействий, который есть сумма свободных членов, вершинных частей и амплитуд всех возможных процессов с физическими константами. Эффективный лагранжиан радиационных процессов возникает, если в полученном выражении заменить ∂_μ на $\partial_\mu \pm ieA_\mu$. Для вычисления амплитуды радиационного процесса необходимо взять сумму контактных и полюсных диаграмм. Ясно, что итерировать лагранжиан сильных взаимодействий не надо и вся описанная процедура не имеет отношения к вопросу построения перенормированной теории сильных взаимодействий.

Оправданием такого рецепта вычисления амплитуды радиационных процессов служит сохранение электромагнитного тока, или тождество Уорда для этих процессов. Доказательство приведено в п. 4.1 гл. 4 для случая фоторождения π-мезонов. Описанный выше рецепт вычисления амплитуд процессов с мягкими пионами может быть обоснован с помощью соотношений, аналогичных тождеству Уорда, как это было сделано в основной части обзора. Таким образом, оба метода эквивалентны и выбор между ними определяется соображениями удобства.

В качестве иллюстрации метода инвариантов воспроизведем полученные в гл. 2 результаты для амплитуды πN-рассеяния. Выясним для этого, какой инвариант группы описывает изотопически-нечетную часть амплитуды πN-рассеяния. Неполюсная часть амплитуды в линейном по импульсам π мезонов приближении имеет вид

$$c^{-}\bar{\psi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\,[\partial_\mu\boldsymbol{\varphi}\boldsymbol{\varphi}]\,\psi, \tag{8,17}$$

где c^{-} — константа, введенная в формуле (3,36).

Вычислим вариацию (8,17) при преобразованиях (8,9), (8,12), (8,13) и ограничимся низшим порядком по f_0:

$$\delta\{c^{-}\bar{\psi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\,[\partial_\mu\boldsymbol{\varphi}\boldsymbol{\varphi}]\,\Psi\} = -(c^{-}/2f_0)\,\bar{\psi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\,[\delta\boldsymbol{\nu}\,\partial_\mu\boldsymbol{\varphi}]\,\psi. \tag{8,18}$$

Это изменение амплитуды может быть компенсировано вариацией кинетического члена в свободном лагранжиане

$$\delta\,[i\bar{\psi}\gamma_\mu\,\partial_\mu\psi] = f_0\bar{\psi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\,[\delta\boldsymbol{\nu}\,\partial_\mu\boldsymbol{\varphi}]\,\psi. \tag{8,19}$$

Из сравнения соотношений (8,18) и (8,19) находим, что c^- и f_0 должны удовлетворять условию

$$c^- = 2f_0^2, \tag{8,20}$$

что совпадает с результатом (3,29), если

$$f_0 = c/\sqrt{2}. \tag{8,21}$$

Равенство (8,21) следует из явного вида аксиального тока, отвечающего лагранжиану $\mathscr{L}^\pi$. Мы не будем останавливаться на этом подробнее. Равенство нулю неполюсной части изотопически-четной части амплитуды πN-рассеяния следует из того, что величину $\bar{\psi}\psi\varphi^2$ нельзя дополнить до инварианта.

В амплитуду πN-рассеяния дают вклад также полюсные графики. Чтобы их вычислить, надо записать в инвариантном виде вершину πNN-взаимодействия. Ясно, что комбинация

$$-f\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{\varphi}_\mu\psi \tag{8,22}$$

не меняется при преобразованиях группы. Это видно из того, что, как уже упоминалось, аксиальные преобразования над величинами ψ, $\boldsymbol{\varphi}_\mu$ формально совпадают с изотопическими, если считать $\delta\mathbf{u} = f_0\,[\boldsymbol{\varphi}\delta\mathbf{v}]$. Первый член разложения (8,22) в ряд по f_0 дает псевдовекторную πNN-связь. Следующий член разложения отвечает контактной диаграмме для процесса $\pi N \to 2\pi N$.

Приведем окончательный результат для лагранжиана пионов и нуклонов, инвариантного относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$ (всюду, кроме $\mathscr{L}^\pi$, мы ограничиваемся членами первого порядка по импульсам π-мезонов):

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}^\pi + \mathscr{L}^N + \mathscr{L}^{\pi N} = (\boldsymbol{\varphi}_\mu^2/2) - \bar{\psi}\,(-i\hat{\partial} + m)\,\psi - \\ - f\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{\varphi}_\mu\psi - f_0^2\bar{\psi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\,[\boldsymbol{\varphi}\boldsymbol{\varphi}_\mu]\,\psi.$$

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В гл. 1 были сформулированы четыре гипотезы, следствия из которых рассматриваются в настоящем обзоре. В заключение перечислим основные предсказания, согласие с опытом которых поддерживает веру в правильность этих гипотез.

Что касается экстраполяционных формул (гипотеза IV), то они используются при получении всех предсказаний, и мы не будем этого оговаривать. В каждом случае экстраполяционные формулы желательно (и в принципе возможно) проверять независимо от других гипотез. В настоящее время такая проверка может быть осуществлена в случае πN-рассеяния (см. правила сумм для амплитуд p-волн в п. 3.2 гл. 3) и отчасти в случае фоторождения π-мезонов на пороге (см. предсказания для нулевых по импульсу фотона членов в п. 4.1 гл. 4).

Итак, основными результатами являются следующие:

1) соотношение Гольдбергера — Треймана (см. п. 2.1 гл. 2); основано на гипотезах I и II;

2) малость изотопически-четной длины πN-рассеяния подтверждает условие самосогласованности Адлера, которое следует из гипотезы I (см. п. 3.1—3.3 гл. 3);

3) предсказание (3,33) для величины изотопически-нечетной длины πN-рассеяния, которое эквивалентно соотношению Адлера — Вайсбергера (см. п. 3.2 гл. 3); основано на гипотезах I и II.

Удается также с разной степенью согласия с опытом описать распады K_{l3}, K_{e4} (гл. 5), $K \to 3\pi$ (п. 6.2 гл. 6), $\eta \to 3\pi$ (гл. 7). При этом используются определенные предположения (гипотеза III) о трансформационных свойствах гамильтонианов взаимодействий, ответственных за распады относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$. Для окончательного выяснения степени согласия теории с опытом в случае этих распадов *очень важно уточнить вид матричных элементов в физической области* с тем, чтобы проверить экстраполяционные формулы.

Мы видим, что число проверенных следствий невелико. Перечислим также те предсказания, которые были получены в обзоре и для сравнения с опытом которых недостаточно имеющихся экспериментальных данных:

1. Соотношение (2,3) между аксиальными формфакторами нуклона, которое можно проверять в реакции $\nu + N \to N' + l$ при больших значениях переданного лептонам импульса.

2. Соотношение Адлера (2,22) для неупругих нейтринных реакций.

3. Обобщенное соотношение Гольдбергера — Треймана для неупругих нейтринных реакций (2,23), справедливое при условии малости переданного лептонам импульса.

4. Соотношение (2,27) между величиной константы эффективного псевдоскаляра в μ-захвате на протоне и радиусом аксиального формфактора нуклона.

Согласие с опытом предсказаний, перечисленных в пп. 1—4, позволило бы окончательно убедиться в существовании сохраняющихся (в пределе $\mu^2 = 0$) аксиальных токов (гипотезы I и II). Предположение (1,4) о виде коммутатора аксиальных зарядов и гипотеза (1,16) о свойствах «полусильного» взаимодействия могли бы быть проверены при изучении $\pi\pi$-рассеяния.

5. Предсказания для низкоэнергетических параметров $\pi\pi$-рассеяния — длин рассеяния s- и p-волн и радиусов s-волн, перечисленные в п. 3.3 гл. 3. При выводе этих соотношений дополнительно предполагалось, что длины рассеяния малы.

Трансформационные свойства электромагнитного тока адронов и гамильтониана слабых взаимодействий (лептонных и нелептонных) могут быть выяснены при сравнении с опытом предсказаний, перечисленных в п. 6—10.

6. Соотношение (4,15) между формфакторами V_1^+ и V_1^-, описывающими рождение заряженных π-мезонов на нуклонах. Определение величин $V_1^\pm$ дано в формуле (4,10) и предшествующем тексте.

7. Соотношение (4,25) между амплитудами фото- и электророждения π-мезонов на пороге, электрическими радиусами π-мезона, нуклонов и радиусом аксиального формфактора.

8. Соотношение (4,26) для амплитуды электророждения π-мезонов при больших, порядка *Гэв/с*, значениях переданного электрону импульса и малом относительном импульсе конечных нуклона и мезона. Соотношение связывает амплитуду электророждения с электромагнитным и аксиальным формфакторами нуклона.

9. Соотношение (5,9) для формфакторов, описывающих распад $K \to \pi\mu\nu$. Определение формфакторов дано в формулах (5,1), (5,3).

10. Предсказание (6,12) для величины отклонения от правила $\Delta T = 1/2$ в распадах $K \to 3\pi$ (см. также табл. II). При получении этих предсказаний дополнительно предполагалось, что распад $K^+ \to \pi^+\pi^0$ обусловлен затравочным слабым нелептонным взаимодействием с $\Delta T = 3/2$.

Авторы очень признательны Л. Б. Окуню, по инициативе которого написан настоящий обзор, за ценные замечания, обсуждения и постоянное внимание к работе. Авторы благодарны И. Ю. Кобзареву за обсуждения и внимание к работе, В. И. Огиевецкому, прочитавшему рукопись настоящего обзора, за обсуждение, многочисленные редакционные замечания. Авторы благодарны А. Д. Долгову, Б. Л. Иоффе, В. В. Соколову, М. В. Терентьеву, И. Б. Хрипловичу за полезные обсуждения.

Примечание при корректуре (26 декабря 1969 г.). Последовательное использование требований кроссинг-симметрии позволяет получить низкоэнергетические теоремы для сечений фоторождения π-мезонов на нуклонах с лучшей точностью, чем это следует из изложения в гл. 4. Перечислим эти теоремы (все результаты получены в пределе равного нулю 3-импульса π-мезона):

1) Отношение сечений рождения π^-- и π^+-мезонов равно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma n\to p\pi^-)\Big/\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p\to n\pi^+)=1+\frac{2\mu}{m}+\frac{\mu^2}{m^2}(1-k^p-k^n)+O(\mu^3)=1{,}32.$$

Поскольку отброшенные члены, $O(\mu^3)$, имеют высокий порядок малости, это соотношение должно выполняться с очень хорошей точностью, $\sim 1\%$.

2) Сечений рождения π^0-мезона на протоне равно

$$\frac{k}{|\mathbf{q}|}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p\to p\pi^0)=\frac{\alpha}{4\pi}\frac{f^2\mu^2}{(m+\mu)^2}\left[1-\frac{\mu}{m}(k^p+1)+O(\mu^2)\right]=0{,}11\ \frac{\textit{мк барн}}{\textit{стер}}.$$

Из сравнения с (4,23) видно, что учет линейных по μ членов существен.

3) Сечение рождения π^0-мезонов на нейтронах равно

$$\frac{k}{|\mathbf{q}|}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma n\to n\pi^0)=\frac{\alpha}{4\pi}\frac{f^2\mu^2}{(m+\mu)^2}\left(k^n\frac{\mu}{2m}\right)^2(1+O(\mu))=0{,}003\ \frac{\textit{мк барн}}{\textit{стер}}.$$

Низкоэнергетическую теорему для процесса электророждения можно сформулировать для сечения, а не только для амплитуды, как это сделано в п. 4.2.2. Именно, для квадратов матричных элементов взаимодействия поперечных и продольных квантов возникают следующие предсказания, которые при $k^2\sim\mu^2$ должны выполняться с процентной точностью:

$$\lim_{\mathbf{q}\to 0}|M_T|^2=|M_\gamma|^2\left[1+2k^2\left(\frac{g'}{g_A}-\frac{k^n}{2m^2}-\frac{1}{8m^2}\right)\right],$$

$$\lim_{\mathbf{q}\to 0}|M_L|^2=8m^2f^2\left[\frac{k_0(2\mu-k_0)}{2\mu k_0-k^2}-\frac{\mu}{2m}+\right.$$
$$\left.+\frac{\mu^2}{4m^2}(1+k^p-k^n)+\frac{\mu^2-k^2}{2\mu^2-k^2}\left(2\mu^2F'_\pi-\frac{\mu^2-k^2}{8m^2}\right)+\mu^2\left(\frac{g'}{g_A}+\gamma\right)+\frac{\mu^2-k^2}{8m^2}\right]^2,$$

где $k_0=\mu-\dfrac{\mu^2-k^2}{2(m+\mu)}$, $g'=\dfrac{dg(k^2)}{dk^2}\Big|_{k^2=0}$ и величины $|M_\gamma|^2$ и γ выражаются через экспериментальное значение порогового сечения фоторождения π^+-мезона:

$$\frac{k}{|\mathbf{q}|}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p\to n\pi^+)=\frac{\alpha}{32\pi}\frac{1}{(m+\mu)^2}|M_\gamma|^2,$$

$$|M_\gamma|^2=16f^2m^2\left[1-\frac{\mu}{m}+\frac{\mu^2}{2m^2}(k^n+k^p+2)+2\mu^2\gamma\right].$$

Величины $|M_T|^2$, $|M_L|^2$, выписанные выше, определяют сечения реакций $ep\to e'n\pi^+$ и $\pi^-p\to ne^+e^-$. Например, для сечения реакции электророждения имеем

$$\frac{(-k^2)}{|\mathbf{q}|}\frac{d\sigma}{d\Omega_2\,d\varepsilon_2}(ep\to e'n\pi^+)=$$
$$=\frac{\alpha}{32\pi^2}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\frac{1}{m\sqrt{m^2+2m(\varepsilon_2-\varepsilon_1)+k^2}}[|M_T|^2f_1(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\theta)+|M_L|^2f_2(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\theta)],$$

где

$$f_1=\frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2-k^2}+2,$$

$$f_2=\frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2-k^2}\frac{(-2k^2)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2},\quad -k^2=4\varepsilon_1\varepsilon_2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

(ε_1, ε_2 — энергии начального и конечного электронов, θ — угол рассеяния электрона, q — импульс π-мезона). Все величины, относящиеся к электронам, даны в лабораторной системе координат, характеризующие адроны — в системе ЦИ конечного нуклона и π-мезона.

Более подробное изложение затронутых вопросов можно найти в работе авторов обзора, направленной в печать, под заголовком «Низкоэнергетические теоремы для амплитуд μ-захвата и электромагнитного рождения пионов».

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. S. L. Adler, Phys. Rev. Lett. **14**, 1051 (1965); Phys. Rev. **140**, B736 (1965).
2. W. I. Weisberger, Phys. Rev. Lett. **14**, 1047 (1965); Phys. Rev. **143**, 1302 (1966).
3. Y. Nambu, Phys. Rev. Lett. **4**, 380 (1960).
4. Y. Nambu, G. Jona-Lasino, Phys. Rev. **122**, 345 (1961).
5. Y. Nambu, D. Lurie, Phys. Rev. **125**, 1429 (1962).
6. J. Bernstein, S. Fubini, M. Gell-Mann, W. Tirring, Nuovo Cimento **17**, 75 (1961).
7. M. Gell-Mann, M. Levy, Nuovo Cimento **16**, 705 (1960).
8. M. Gell-Mann, Phys. Rev., **125**, 1067 (1962); Physics **1**, 63 (1964).
9. N. M. Kroll, M. A. Ruderman, Phys. Rev. **93**, 233 (1954).
10. F. E. Low, Phys. Rev. **110**, 974 (1958).
11. S. Mandelstam, Phys. Rev. **168**, 1884 (1968); Proceedings of Topical Conference on Weak Interactions, CERN, 1969, стр. 349.
12. J. Goldstone, Nuovo Cimento **19**, 154 (1961).
13. J. Goldstone, A. Salam, S. Weinberg, Phys. Rev. **127**, 965 (1962).
14. R. Feynman, M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109**, 193 (1958).
15. M. Suzuki, Phys. Rev. **144**, B1154 (1966).
16. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **17**, 616 (1966).
17. С. Швебер, Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, М., ИЛ, 1963, гл. 17, § 4; Г. Бартон, Дисперсионные методы в теории поля, М., Атомиздат, 1968.
18. S. L. Adler, Y. Dothan, Phys. Rev. **151**, 1267 (1966).
19. S. L. Adler, Ann. Phys. (1969) (будет опубликовано).
20. Lay-Nam-Chang, Phys. Rev. **162**, 1497 (1967); A. N. Kamal, R. G. Levers, Phys. Rev. **162**, 1543 (1967).
21. К. Нишиджима, Фундаментальные частицы, М., «Мир», 1965.
22. Л. Б. Окунь, Слабое взаимодействие элементарных частиц, М., Физматгиз, 1963.
23. Y. Nambu, Soft Pion Processes, Preprint EFI 68-11 (1968).
24. S. L. Adler, R. Dashen, Current Algebras and Applications to Particle Physics, New York, 1968.
25. J. D. Bjorken, M. Nauenberg, Ann. Rev. Nucl. Sci. **18**, 229 (1968).
26. J. J. Sakurai, Lectures on «Currents and Mesons». Preprint EFI68-29 (1968) (будет опубликовано).
27. L. Maiani, G. Preparata, Algebra of Currents. Preprint ISS 68/32 (1968) (не опубликовано).
28. S. Gasiorowicz, D. A. Geffen, Rev, Mod. Phys, **41**, 531 (1969).
29. Чжоу Гуан-чжао, ЖЭТФ **39**, 703 (1960).
30. Ц. Ли, Ц. Ву, Слабые взаимодействия, М., «Мир», 1968.
31. M. L. Goldberger, S. B. Treiman, Phys. Rev. **110**, 1178 (1958).
32. N. Barash-Schmidt, A. Barbaro-Galtieri, L. R. Price, A. H. Rosenfeld, P. Soding, C. G. Wohl, M. Roos, Preprint UCRL 8030 (1968).
33. М. Бейкер, Письма ЖЭТФ **4**, 231 (1964).
34. S. L. Adler, Phys. Rev. **135B**, 963 (1964).
35. А. И. Вайнштейн, В. В. Соколов, И. Б. Хриплович, ЯФ5, 1088 (1967).
36. L. Wolfenstein, Nuovo Cimento 8, 882 (1958); M. L. Goldberger, S. B. Treiman, Phys. Rev. **110**, 354 (1958).
37. J. C. Taylor, Phys. Lett. **11**, 77 (1964).
38. А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, Препринт ИЯФ СО АН СССР № 206 (1968).
39. D. H. Perkins, Proceedings of the Topical Conference on Weak Interactions, CERN, 1969, стр. 1.
40. A. Albaregi-Quaranta, A. Bertin, G. Mantono, F. Palmonari et. al., Phys. Lett. **25B**, 429 (1967).
41. S. L. Adler, Phys. Rev. **137**, B1022 (1965); Phys. Rev. **139**, B1638 (1965).

42. A. D. Dolgov, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, Phys. Lett. **24B**, 425 (1967).
43. G. W. London, R. R. Rau, N. P. Samios et. al., Phys. Rev. **143**, B1034 (1966).
44. J. Hamilton, W. S. Woolcock, Rev. Mod. Phys. 35, 737 (1966).
45. Y. Tomozawa, Nuovo Cimento **46A**, 707 (1966).
46. V. K. Sawaranayke, W. S. Woolcook (не опубликовано), цитируется по: K. Raman, Phys. Rev., 159, 1501 (1967).
47. А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, ЯФ **9** (1969).
48. K. Kawarabayashi, Progr. Theor. Phys. **25**, 780 (1961).
49. K. Yamamoto, Preprint, Siracuse University (1968).
50. S. Weinberg, Proceedings of the Vienna Conference on Elementary Particle Physics, Vienna, 1966.
51. Д. В. Ширков, В. В. Серебряков, В. А. Мещеряков, Дисперсионные методы теории сильных взаимодействий при низких энергиях, М., «Наука», 1967.
52. Ю. А. Лексин, ЯФ 8, 967 (1967); W. D. Walker, Rev. Mod. Phys. **39**, 695 (1967).
53. В. В. Анисович, Л. Г. Дахно, Письма ЖЭТФ **6**, 695 (1967).
54. S. B. Treiman, Proceedings of the Vienna Conference on Elementary Particle Physics, Vienna, 1966.
55. S. Fubini, G. Furlan, C. Rossetti, Nuovo Cimento **40**, 1171 (1965).
56. G. W. Gaffney, Phys. Rev. **161**, 1599 (1965).
57. J. P. Burq, Ann. de phys. (Paris) **10**, 363 (1965).
58. Б. Б. Говорков, С. П. Денисов, Е. В. Минарик, ЯФ **4**, 371 (1966).
59. G. Furlan, R. Jengo, E. Remiddi, Nuovo Cimento **44A**, 42 (1966).
60. A. M. Gleeson, M. G. Gundzik, J. C. Kuriyan, Phys. Rev. **173**, 1708 (1968).
61. Л. Б. Окунь, Ё. П. Шабалин, ЖЭТФ **37**, 1775 (1959).
62. C. G. Callan, S. B. Treiman, Phys. Rev. Lett. **16**, 153 (1966).
63. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **17**, 336 (1966); **18**, 1178 (1967).
64. W. J. Willis, Proceedings of the International Conference on Elementary Particle Physics, Heidelberg, 1967.
65. R. W. Birge, R. P. Ely, G. Gidal, et al., Phys. Rev. **139**, B1600 (1965).
66. C. Rubbia, Proceedings of the Topical Conference on Weak Interactions, CERN, 1969, стр. 227.
67. H. Sugawara, Phys. Rev. Lett. **15**, 870, 977E (1965), M. Suzuki, Phys. Rev. Lett. **15**, 986 (1965).
68. C. Bouchiat, Ph. Meyer, Phys. Lett. **22**, 198 (1966).
69. А. И. Вайнштейн, А. Д. Долгов, В. И. Захаров, А. Б. Кайдалов, Письма ЖЭТФ **5**, 170 (1967).
70. G. Feldman, P. T. Matthews, A. Salam, Phys. Rev. **121**, 302 (1962).
71. Y. Hara, Y. Nambu, Phys. Rev. Lett. **16**, 875 (1966).
72. D. K. Elias, J. C. Taylor, Nuovo Cimento **44**, 518 (1966); **48**, 814E (1967).
73. S. K. Bose, S. W. Biswas, Phys. Rev. Lett. **17**, 1063 (1966).
74. J. Weyers, L. L. Foldy, D. K. Speiser, Phys. Rev. Lett. **17**, 1062 (1966).
75. C. Bouchiat, Ph. Meyer, Phys. Lett. **B25**, 282 (1967).
76. А. Д. Долгов, В. И. Захаров, ЯФ 8, 352 (1968).
77. B. Gobbi, D. Green, J. Rosen et. al., Phys. Rev. Lett. **22**, 682 (1969).
78. G. Barton, C. Cascer, S. P. Rosen, Phys. Rev. **130**, 783 (1963); C. Zemach, Phys. Rev. **133**, B1201 (1964).
79. В. В. Анисович, Л. Г. Дахно, А. К. Лиходед, ЯФ 8, 91 (1968).
80. B. Aubert, Proceedings of the Topical Conference on Weak Interactions, CERN, 1969, стр. 205.
81. D. G. Sutherland, Phys. Lett. **23**, 384 (1966).
82. W. A. Bardeen, L. S. Brown, B. W. Lee, H. T. Nieh, Phys. Rev. Lett. **18**, 1170 (1967).
83. Columbia — Berkely — Purdue — Wisconsin — Yale Collaboration, Phys. Rev. **149**, B1044 (1966).
84. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **18**, 188 (1967).
85. J. Schwinger, Phys. Lett. **24B**, 473 (1967).
86. F. Gursey, Nuovo Cimento **16**, 230 (1960).
87. S. Coleman, J. Wess, B. Zumino, Phys. Rev. **177**, 2239 (1969).